

Московский государственный технический
университет им. Н.Э. Баумана
Кафедра «Технологии обработки давлением»

Математическое моделирование

Преподаватель: к.т.н., доцент
Алимов Артем Игоревич
alimov_ai@bmstu.ru

Москва – 2018

Модель и моделирование

Модель - это искусственно созданный идеальный или материальный объект, дающий упрощенное представление о реальном объекте, процессе или явлении, отражающий существенные стороны изучаемого объекта с точки зрения цели моделирования.

Моделирование - это построение и анализ моделей.

Объект, для которого создается модель, называют *оригиналом* или *прототипом*. Любая модель не является абсолютной копией своего оригинала, она лишь отражает некоторые его качества и свойства, наиболее существенные для выбранной цели исследования. При создании модели всегда присутствуют определенные допущения и гипотезы.

Зачем нужна модель?

- Прогнозирование;
- Проектирование;
- Управление;
- Испытание;
- Контроль;

Классификация моделей



Свойства моделей

- *Адекватность* – степень успешности описания моделью объекта моделирования;
- *конечность* – модель отображает оригинал лишь в конечном числе его отношений и, кроме того, ресурсы моделирования конечны;
- *упрощенность* – модель отображает только существенные стороны объекта;
- *приблизительность* – действительность отображается моделью приблизительно;
- *информативность* – модель должна содержать достаточную информацию о системе – в рамках гипотез, принятых при построении модели.

Этапы моделирования

- Постановка цели и задач;
- Формализация;
- Машинная стадия;
- Проверка адекватности и анализ результатов;
- Принятие решения.

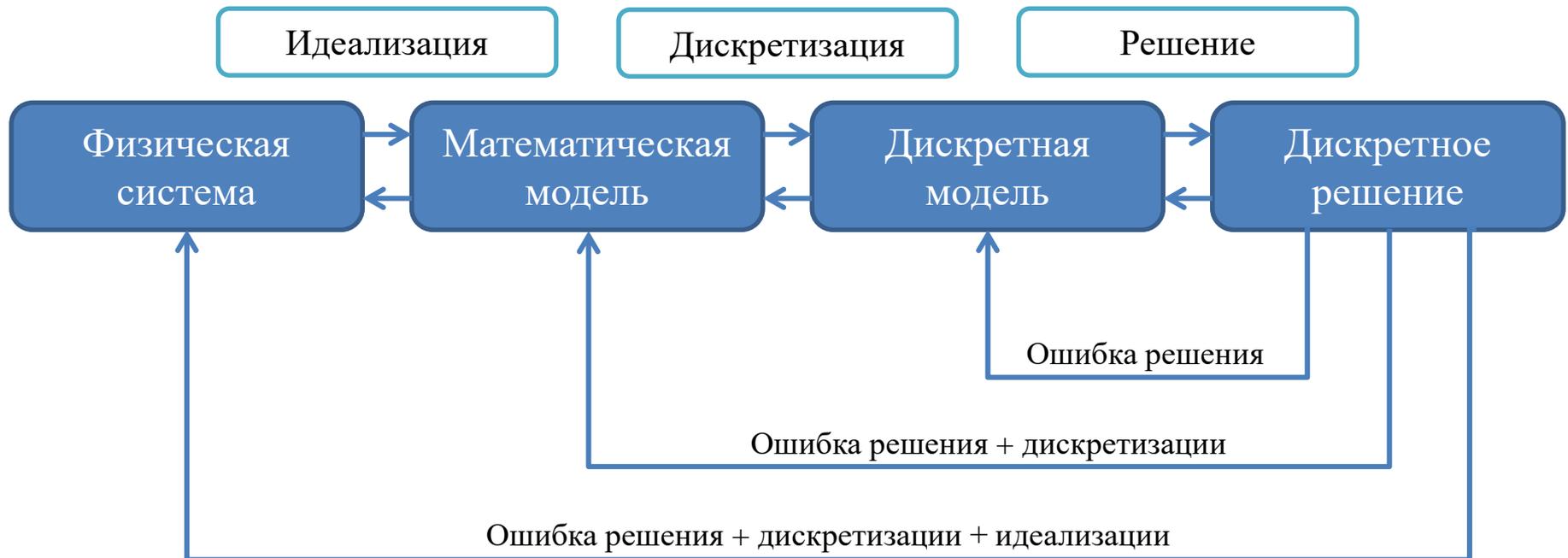
Постановка цели и задач

- Какой процесс мы исследуем?
- Какую цель мы преследуем?
- Какие задачи необходимо выполнить?
- Что наиболее важно в исследуемом явлении?
- Какие имеются исходные данные?
- Какие допущения будут влиять на точность?
- Какими факторами можно пренебречь?

Постановка задачи

- Влияние модели материала;
- Влияние температуры нагрева заготовки и равномерности нагрева заготовки;
- Влияние учета тепловых процессов в заготовке;
- Влияние модели теплового взаимодействия заготовки и инструмента, температуры нагрева инструмента, параметров модели теплообмена заготовки и инструмента;
- Влияние типа задачи – осесимметричная, полная 3D, плоскостная симметрия;
- Влияние типа деформирующего оборудования и скорости инструмента пресса;
- Влияние параметров смазки – вида закона трения, параметров закона трения, характеристик теплообмена между заготовкой и инструментом;
- Влияние модели материала инструмента;
- Влияние настройки параметров шага расчета;
- Влияние количества и размеров конечных элементов, параметров настройки декомпозиции заготовки на конечные элементы (множитель адаптации, предельная адаптация, коэффициент разгонки и т.д.);
- Влияние массовых характеристик и инерционности;
- И т.д.

Формализация



Формализация



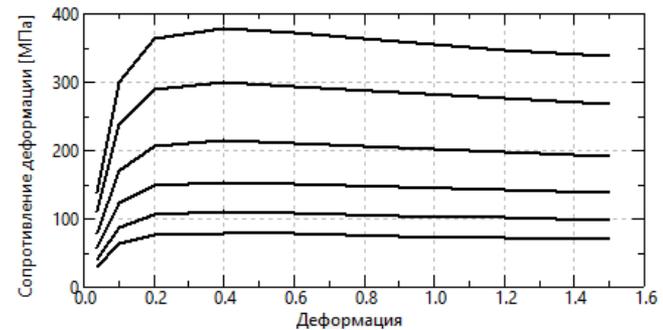
Свойства реальных материалов:

- прочность
- пластичность
- твердость
- окисляемость
- свариваемость
- обрабатываемость резанием
- цвет
- ...

Свойства материалов в QForm

Свойства	
Сопrotивление деформации	
Плотность	
Теплопроводность	
Температурный коэф. линейного расширения	
Теплоемкость	
Модуль Юнга	
Козф. Пуассона	
Химический состав	

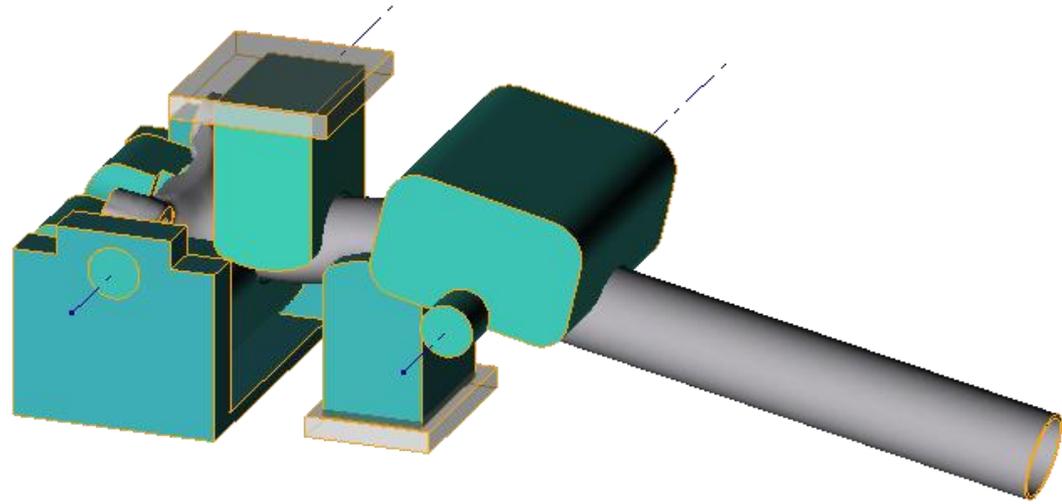
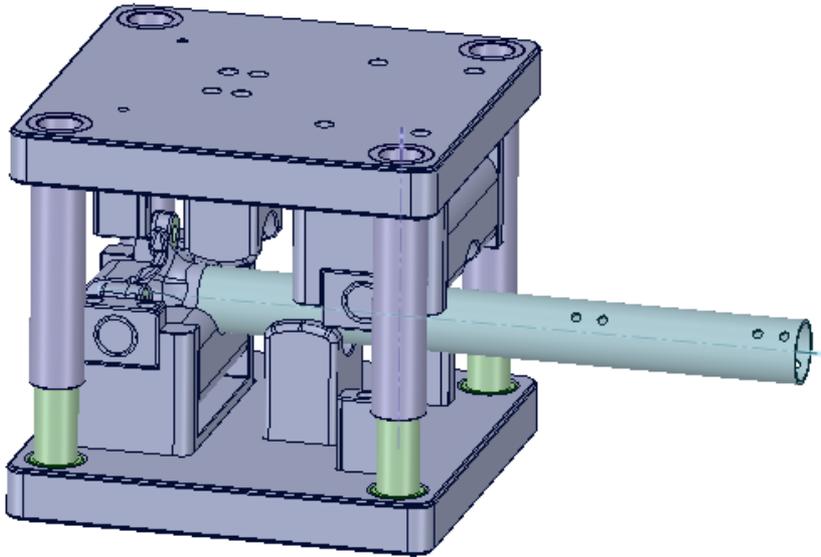
Гипотеза единой кривой



Использование результатов опытов на растяжение, сжатие или кручение вне зависимости от схемы напряженного состояния

Формализация

Проектируемая геометрия
реального штампа



Геометрия для моделирования

Машинная стадия

Что влияет на время расчета?

- Производительность компьютера;
- Принятые допущения;
- Размерности модели.

Проверка адекватности и анализ результатов

- Исключение ошибок формализации;
- Анализ результатов с точки зрения здравого смысла;
- Сравнение с аналитическими моделями;
- Сравнение с имеющимися экспериментальными данными;
- Экспериментальная проверка.

Принятие решения

Решения могут быть:

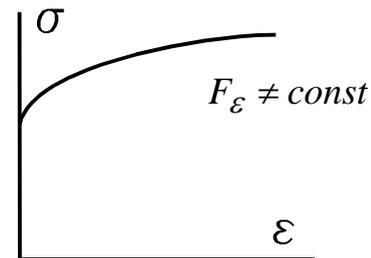
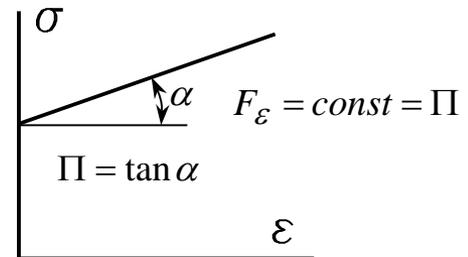
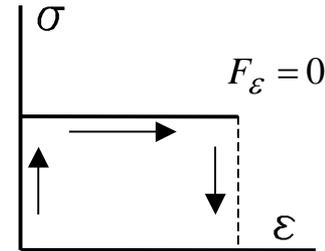
- Конструктивные;
- Технологические;
- Организационные.

Если результат моделирования не устраивает:

- Анализ исходных данных на адекватность;
- Экспертная оценка;
- Какие неучтенные факторы могут повысить точность расчета?

Модель деформируемого материала

- Жесткий;
- Упругий;
- Пластический;
- Вязкий
- Упруго-пластический;
- Вязкопластический;
- Вязкоупругопластический;
- $\sigma_s = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T)$;
- $\sigma_s = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T, d, t, \dots)$.



Гипотезы

- Единой кривой
- Изотропности
- Несжимаемости
- Сплошности
- Однородности
- Стабильности
- Плоских сечений

Условие пластичности

- Губера-Мизеса-Генки

$$\sigma_i = \sigma_s$$

- Треска-Сен-Венана:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_s$$

Теплопередача

- Теплопроводность

Уравнение теплопроводности

$$\lambda \nabla^2 T + q_G - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

Закон Фурье

$$q_n = - \frac{\partial T}{\partial n}$$

- Конвекция

Закон Ньютона-Рихмана

$$q_{n_c} = \alpha (T_T - T_c)$$

- Излучение

Закон Стефана-Больцмана

$$q_{n_r} = \varepsilon \sigma_0 T^4$$

- Тепловые эффекты

$$q_G = k_T \overline{\sigma \dot{\varepsilon}}$$

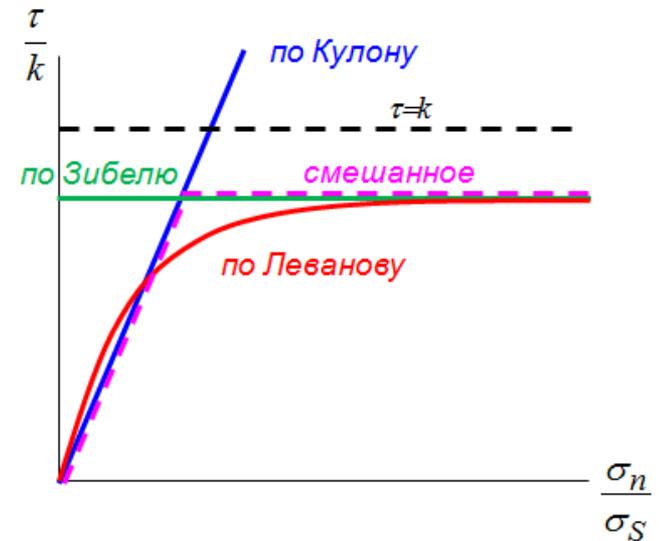
Трение

- По Кулону
- По Зибелю
- По Леванову

$$\tau_k = \mu\sigma_n$$

$$\tau_k = mk$$

$$\tau_k = mk \left(1 - e^{-\frac{\sigma_n}{\sigma_s}}\right)$$



- Смешанное

$$\tau_k = \begin{cases} \mu\sigma_n, & \text{если } \mu\sigma_n < mk \\ mk, & \text{если } \mu\sigma_n > mk \end{cases}$$

- Модель Чена-Кобаяши

$$\tau_k = -mk \left[\frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{|V_r|}{\alpha} \right) \right] \frac{V_r}{|V_r|}$$

- И т.д.

Система разрешающих уравнений для вязко-пластических материалов

- Уравнения равновесия

$$\sigma_{ij,j} = 0$$

- Условие постоянства объема

$$\dot{\varepsilon}_v = 3\dot{\varepsilon}_m = \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_3 = 0$$

- Уравнения Коши

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i})$$

- Уравнения Сен-Венана-Леви-Мизеса

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} s_{ij}$$

- Критерий пластичности Губера-Мизеса

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 2\sigma_s^2$$