

1 ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВО ФЛАНЦЕ ПРИ ВЫТЯЖКЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СТАКАНА.

Цель работы – исследовать напряженное и деформированное состояние во фланце при вытяжке цилиндрического стаканчика из круглой заготовки.

1.1 Основные сведения о вытяжке.

Вытяжкой получают полые пространственные детали из плоской заготовки. В лабораторной работе изучается операция вытяжки цилиндрического стакана из плоской круглой заготовки (**Рис. 1**).

Вытяжку осуществляют с помощью матрицы и пуансона. Кромки пуансона и матрицы скруглены радиусами, величина которых много больше толщины заготовки. Для предотвращения образования складок (потери устойчивости) во фланце применяют прижим.

В начальный момент времени под действием пуансона средняя часть заготовки вдавливается в матрицу. Вследствие сплошности заготовки перемещение вредней части вызывает появление радиальных растягивающих напряжений σ_ρ во фланце (периферийной части заготовки). Одновременно во фланце действуют сжимающие напряжения σ_θ , действующие в тангенциальном направлении. Со стороны прижима на заготовку действуют сжимающие силы, приводящие к появлению осевых напряжений σ_z . Однако эти напряжения малы (удельные силы прижима невелики и составляют приблизительно $q < 3\text{МПа}$, в то время как напряжение текучести $\sigma_s > 200\text{МПа}$). Наличие прижима приводит к появлению сил трения на поверхности заготовки, препятствующих втягиванию фланца в отверстие матрицы.

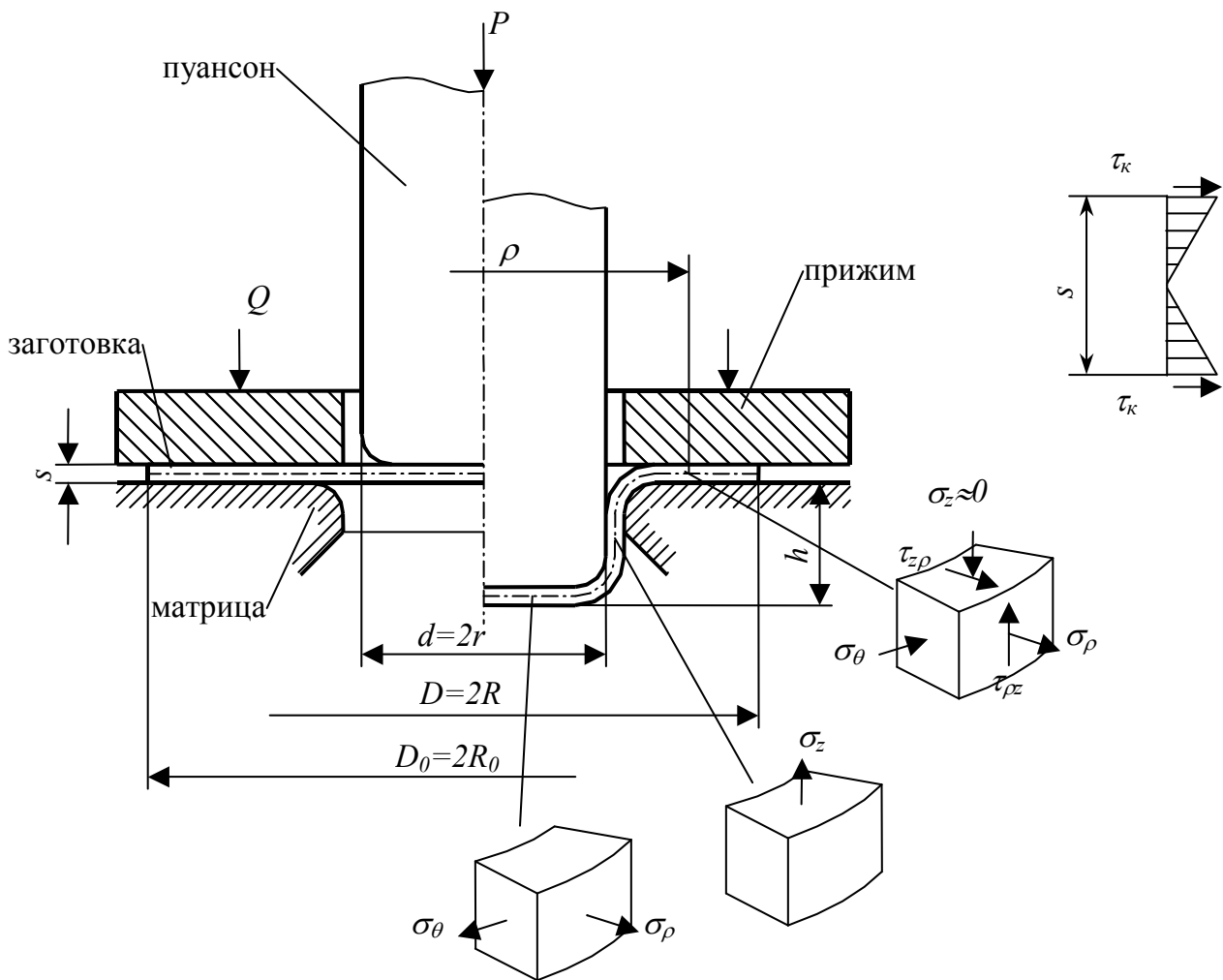


Рис. 1 Расчетная схема процесса вытяжки цилиндрического стакана

Деформированное состояние во фланце является объемным: деформация в радиальном направлении ε_ρ - положительная, деформация в окружном направлении ε_θ - отрицательная. Деформация в осевом направлении может быть как положительной, так и отрицательной, в зависимости от положения рассматриваемой точки. Сдвиговыми деформациями можно пренебречь ввиду их малости.

В вертикальных стенках стакана напряженное состояние близко к линейному растяжению, а в донной части – к двухосному растяжению.

При вытяжке пластически деформируется только фланец и часть заготовки на кромке матрицы, остальная часть заготовки деформируется упруго.

1.2 Содержание работы

Экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния проводится по методу проф. Г.А.Смирнова–Аляева.

Г.А.Смирнов–Аляев показал, что при монотонной деформации направление осей главных логарифмических деформаций совпадает с направлением осей скоростей деформаций. В этом случае физические

уравнения связи напряженного и деформированного состояний могут быть представлены в виде:

$$\tilde{\delta}_{11} = \frac{3}{2} \frac{\bar{\delta}}{\bar{\sigma}} s_{11}; \quad \tilde{\delta}_{22} = \frac{3}{2} \frac{\bar{\delta}}{\bar{\sigma}} s_{22}; \quad \tilde{\delta}_{33} = \frac{3}{2} \frac{\bar{\delta}}{\bar{\sigma}} s_{33}, \quad (1)$$

где $\tilde{\delta}$ - главные логарифмические деформации, s - главные компоненты девиатора напряжений, $\bar{\delta}$ - интенсивность логарифмической деформации, $\bar{\sigma}$ - интенсивность напряжений.

Использование экспериментально определенных полей деформаций и физических уравнений связи между напряжениями и деформациями позволяет выполнить численное интегрирование дифференциальных уравнений равновесия.

При исследовании операции вытяжки цилиндрического стакана задача определения поля деформаций упрощается. Все точки фланца в процессе вытяжки смещаются к центру изделия. Поэтому компоненты тензора деформаций могут быть определены по расстоянию точек фланца до центра заготовки до и после деформации.

Измерив расстояния фиксированных точек фланца (см. **Рис. 2**) до центра заготовки до и после ее деформирования определяют их радиальные смещения по формуле $u_i = \rho_i - \rho_{0i}$ (ρ_{0i} и ρ_i начальный и конечный радиус i -ой фиксированной точки).

По результатам измерения строят эпюру радиальных смещений $u = u(\rho)$ (**Рис. 2**).

Затем выполняют дифференцирование эпюры радиальных перемещений (графическое или численное), что позволяет вначале получить эпюру относительных радиальных деформаций $\varepsilon_\rho = \frac{du}{d\rho}$ (**Рис. 3а**) и, после пересчета, эпюру логарифмических радиальных деформаций $\delta_\rho = \ln(1 + \varepsilon_\rho)$ (**Рис. 3б**).

Логарифмические окружные деформации для фиксированных точек определяют по формуле $\delta_\theta = \ln \frac{\rho}{\rho_0}$. Деформации по толщине фланца δ_z определяют из закона постоянства объема $\delta_\rho + \delta_\theta + \delta_z = 0$.

Затем для каждой фиксированной точки фланца подсчитывают интенсивность деформаций $\bar{\delta}$ без учета угловых деформаций ввиду их малости

$$\bar{\delta} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\delta_\rho - \delta_\theta)^2 + (\delta_\theta - \delta_z)^2 + (\delta_z - \delta_\rho)^2} \quad (2)$$

По значению интенсивности деформаций, используя кривую истинных деформаций, определяют интенсивность напряжений в каждой фиксированной точке.

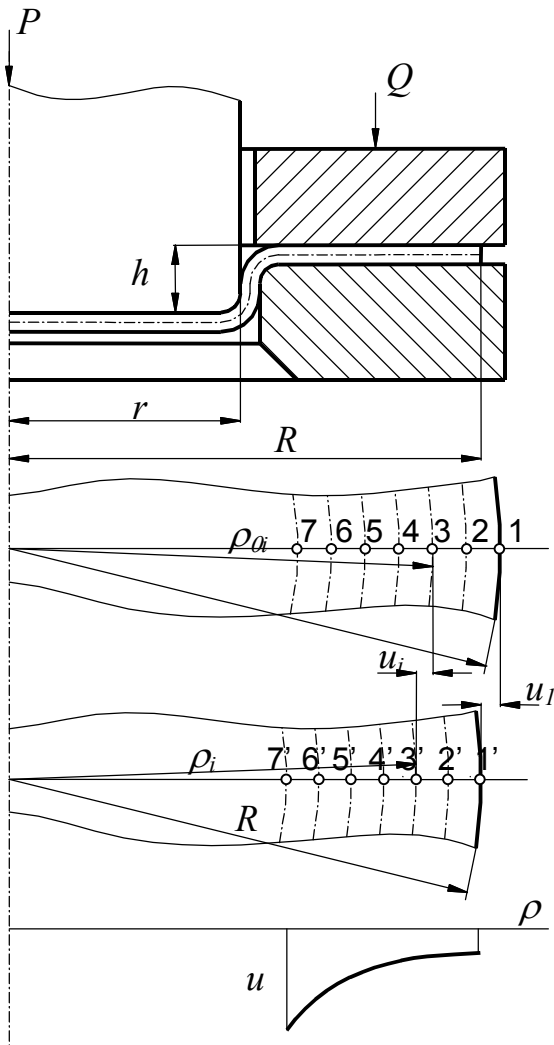


Рис. 2 Определение перемещений

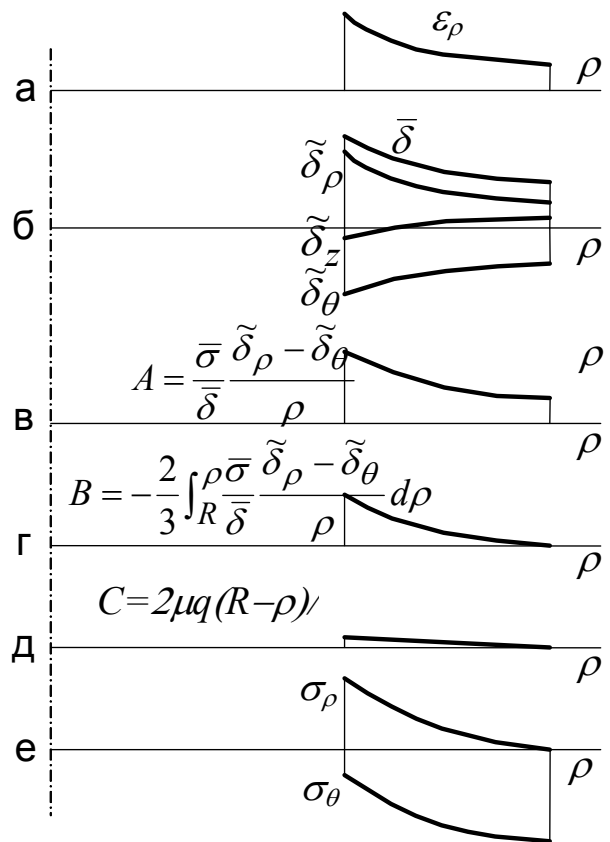


Рис. 3 Обработка результатов

Для определения напряжения во фланце используют уравнение равновесия

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{\partial \tau}{\partial z} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0 \quad 3)$$

и уравнение связи между напряжениями и деформациями

$$\sigma_\rho - \sigma_\theta = \frac{2\bar{\sigma}}{3\bar{\delta}} (\delta_\rho - \delta_\theta) \quad 4)$$

Для решения системы из двух уравнений (3) и (4) необходимо знать величину контактных касательных напряжений в каждой точке фланца в любой момент деформирования. Эти напряжения незначительны, и непосредственно их измерить не представляется возможным.

Для их определения принимают следующие допущения:

1. Сила прижима Q является величиной постоянной.

2. Контактные касательные напряжения на всей площади фланца одинаковы, и их величина соответствует закону Амонтона-Кулона

($q = \frac{Q}{\pi(R^2 - r^2)}$ - удельная сила прижима, μ - коэффициент трения)

$$\tau_k = \frac{\mu Q}{\pi(R^2 - r^2)} = \mu q \quad 5)$$

3. Касательные напряжения по толщине фланца распределяются по линейному закону и симметрично относительно срединной поверхности заготовки, где они равны нулю, т.е.

$$\tau = \tau_k \frac{2z}{s} \quad 6)$$

где z - расстояние рассматриваемой точки от срединной поверхности $0 \leq z \leq \frac{s}{2}$

Тогда для наружной поверхности фланца

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \frac{2\tau_k}{s} = \frac{2\mu Q}{\pi s(R^2 - r^2)} = \frac{2\mu q}{s} \quad 7)$$

Подставив это выражение и значение разности $\sigma_\rho - \sigma_\theta$ по формуле (4) в уравнение равновесия (3), после интегрирования получим

$$\sigma_\rho = -\frac{2}{3} \int_R^\rho \frac{\bar{\sigma}}{\delta} \cdot \frac{\delta_\rho - \delta_\theta}{\rho} d\rho - \int_R^\rho \frac{2\mu q}{s} d\rho = -\frac{2}{3} \int_R^\rho \frac{\bar{\sigma}}{\delta} \cdot \frac{\delta_\rho - \delta_\theta}{\rho} d\rho + \frac{2\mu q(R - \rho)}{s} \quad 8)$$

Для последующих расчетов необходимо построить эпюру $A = \frac{\bar{\sigma}}{\delta} (\tilde{\delta}_\rho - \tilde{\delta}_\theta)$ (Рис. 3в). Значение интенсивности напряжений $\bar{\sigma} = \sigma_s$ в каждой точке фланца определяют по кривой истинных напряжений материала $\sigma_s = f(q)$, предоставленной преподавателем.

Величина первого интеграла $B = -\frac{2}{3} \int_R^\rho \frac{\bar{\sigma}}{\delta} \cdot \frac{\delta_\rho - \delta_\theta}{\rho} d\rho$ для каждой точки определяется интегрированием эпюры Рис. 3в. Результаты расчётов представлены эпюрой на Рис. 3г.

Значения второго интеграла $C = \frac{2\mu q(R - \rho)}{s}$ для каждой точки поверхности фланца предоставлены эпюрой на Рис. 3д. Эпюра распределения радиальных напряжений на поверхности фланца приведена на Рис. 3е.

Чтобы найти тангенциальные напряжения в каждой точке поверхности фланца, используют условие пластичности

$$(\sigma_\rho - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\rho)^2 + 6\tau_{кр}^2 = \sigma_s^2 \quad 9)$$

где $\sigma_z = 0$, тогда условие пластичности принимает вид:

$$\sigma_\rho^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_\rho \sigma_\theta + 3\tau_{кр}^2 = \sigma_s^2 \quad 10)$$

Напряжение текучести σ_s с учётом упрочнения берут по кривой истинных напряжений материала заготовки для каждой точки фланца. Среднюю величину касательных напряжений определить по формуле $\tau_{кр} = 0.5\tau_k$. Величину удельной силы прижима, необходимую для определения касательных напряжений принять равной 3 МПа.

1.3 Диаграмма предельных деформаций.

Диаграмма предельных деформаций (**Рис. 4**) используется для прогнозирования поведения листового материала при его формоизменении. Для построения диаграммы проводятся механические испытания материала с размещенной на нем круглой сеткой. После или во время испытаний проводится замер размеров эллипсов получаемых из окружностей в виду их пластической деформации и рассчитывается степень деформации. Повторяя испытания для разных деформированных состояний путем изменения формы образцов получают кривую соответствующую разрыву материала.

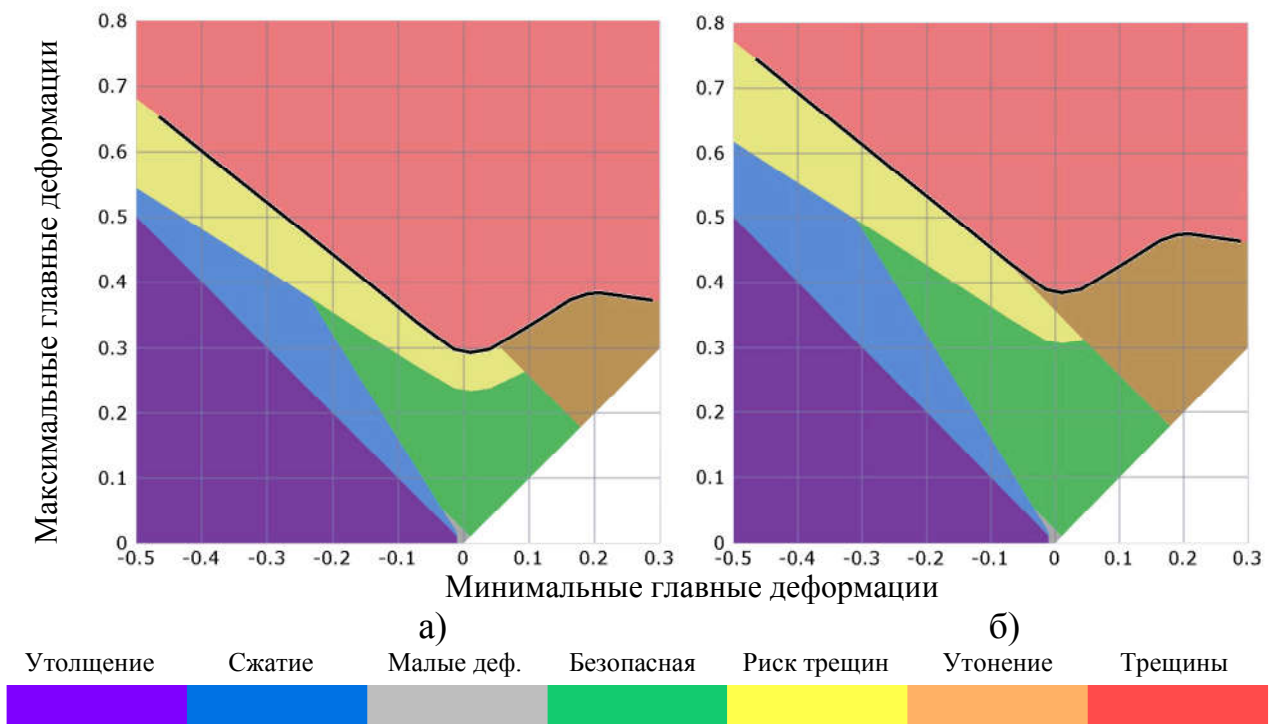


Рис. 5 Диаграмма предельных деформаций (Forming Limit Diagram (FLD)) для стали марки 08кп с толщиной листа: а) 0,3 мм; б) 1 мм.

На диаграмме представлено несколько характерных участков. С помощью диаграммы можно спрогнозировать появление дефектов, отметив на ней графическим путем известные из очага пластической деформации точки.

1.4 Оборудование, инструмент, образцы

Оборудование – Instron DX600. Инструмент – штамп для вытяжки, циркуль, штангенциркуль, микрометр. Образцы – заготовки диаметром 90 мм и толщиной 0.2...0.3 мм из белой жести либо 0.8...1 мм из оцинкованной стали.

1.5 Последовательность проведения работы

1. Измерить толщину и наружный диаметр исходной заготовки.
2. Найти центр заготовки, измерителем провести несколько радиусов (один радиус на 2-х студентов) и 7 концентрических окружностей (засечек) (см. **Рис. 2**) на расстоянии 2,5 мм друг относительно друга.
3. Отсканировать заготовку на сканере с разрешением снимка не менее 300 Dpi.
4. Поместить заготовку (предварительно смазав фланец) в штамп, установить штамп на стол испытательной машины и произвести вытяжку на определенную глубину 5 - 7 мм.
5. После вытяжки отсканировать полученную заготовку и провести замеры радиусов фиксированных точек исходной и продеформированной заготовки ρ_i и ρ_{0i} соответственно.
6. Выполнить необходимые расчеты и построить графики. При обработке результатов эксперимента рекомендуется использовать вычислительную технику. Пример использования MathCad для обработки результатов эксперимента приведен в приложении 3.
7. Выбрать и сделать эскиз диаграммы предельных деформаций **Рис. 6**. Отметить полученные при расчете точки на диаграмме.

1.6 Содержание отчета

В отчете приводятся цель и задачи работы, последовательность проведения работы, необходимые зависимости.

Результаты измерений и расчета заносят в таблицу (см. табл. 1-3).

Таблица 1: Исходные данные

Толщина заготовки, мм	s_0	
Диаметр пуансона, мм	d	
Диаметр заготовки, мм	D_0	
Глубина вытяжки, мм	h	

Таблица 2: Результаты обработки экспериментальных данных

№ точек	ρ_0 , мм	ρ , мм	u , мм
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Таблица 3: Результаты расчетов

№ точек	ε_ρ	$\tilde{\delta}_\rho$	$\tilde{\delta}_\theta$	$\tilde{\delta}_z$	$\bar{\delta}$	$\bar{\sigma}$	$\frac{\bar{\sigma}}{\bar{\delta}}$	$\tilde{\delta}_\rho - \tilde{\delta}_\theta$	A	B	C	σ_ρ	σ_θ
1													
2													
3													
4													
5													
6													

1.7 Контрольные вопросы

1. Где расположен очаг пластической деформации при вытяжке?
2. Чем объясняется утолщение краевой части фланца?
3. К чему может привести увеличение или уменьшения силы прижима?
4. Какая поверхность фланца отвечает одновременно условиям плоского напряженного и плоского деформированного состояния?
5. Какие из рассчитанных деформации соответствуют минимальным и максимальным главным деформациям?
6. Где на диаграмме будут располагаться точки соответствующие плоско-деформированному состоянию?

Приложение 1. Пример обработки результатов лабораторной работы 3 в MathCAD

Исходные данные

$n := 5$ количество точек $i := 1, 2.. n$
 $D_0 := 90$ начальный диаметр заготовки, мм
 $D := 83.4$ конечный диаметр заготовки, мм
 $\mu := 0.2$ Коэффициент трения
 $q := 4$ Удельная сила прижима, МПа
 $s := 0.22$ Начальная толщина заготовки, мм
 $d := 50$ Диаметр пуансона, мм

ORIGIN ≡ 1

координаты точек до и после деформирования, мм

$$x_0 := \begin{pmatrix} 23.5 \\ 20.19 \\ 17.26 \\ 14.53 \\ 11.25 \\ 8.4 \end{pmatrix} \quad x := \begin{pmatrix} 25 \\ 21.61 \\ 18.51 \\ 15.53 \\ 11.7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Обработка результатов

$$\rho_{0_i} := \frac{D_0}{2} + (x_{0_i} - x_{0_1}) \quad \rho_0^T = (45 \ 41.69 \ 38.76 \ 36.03 \ 32.75) \quad \text{начальный радиус точек, мм}$$

$$\rho_i := \frac{D}{2} + (x_i - x_1) \quad \rho^T = (41.7 \ 38.31 \ 35.21 \ 32.23 \ 28.4) \quad \text{конечный радиус точек, мм}$$

$$u_i := \rho_i - \rho_{0_i} \quad u^T = (-3.3 \ -3.38 \ -3.55 \ -3.8 \ -4.35) \quad \text{перемещения точек, мм}$$

интерполяционная функция перемещений вида: $U = a_1 + a_2 \cdot u + a_3 \cdot u^2 + a_4 \cdot u^3$

$$U(r) := \text{interp}(\text{regress}(\rho, u, 3), \rho, u, r)$$

$$\rho_i := \rho_{0_i} + U(\rho_i) \quad \text{скорректированное значение радиусов точек после деформации, мм}$$

$$\varepsilon_{\rho}(r) := \frac{d}{dr} U(r) \quad \varepsilon_{\rho_i} := \varepsilon_{\rho}(\rho_i) \quad \text{относительная радиальная деформация}$$

$$\delta_{\rho_i} := \ln(1 + \varepsilon_{\rho_i}) \quad \delta_{\theta_i} := \ln\left(\frac{\rho_i}{\rho_{0_i}}\right) \quad \delta_{z_i} := -\delta_{\rho_i} - \delta_{\theta_i} \quad \text{логарифмические деформации}$$

$$\delta_i := \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{(\delta_{\rho_i} - \delta_{\theta_i})^2 + (\delta_{z_i} - \delta_{\theta_i})^2 + (\delta_{\rho_i} - \delta_{z_i})^2} \quad \text{интенсивность логарифмических деформаций}$$

$$a_0 := 386 \quad a_1 := 769 \quad a_2 := -86 \quad a_3 := 0$$

Аппроксимация диаграммы истинных напряжений

$$\sigma(e) := a_0 + a_1 \cdot e + a_2 \cdot e^2 + a_3 \cdot e^3 \quad \sigma_{i_1} := \sigma(\delta_{i_1})$$

$$A_i := \frac{\sigma_{i_1}}{\delta_{i_1}} \cdot \frac{\delta_{\rho_i} - \delta_{\theta_i}}{\rho_i}$$

$$k := 2, 3.. n \quad dB_0 := 0 \quad dB_k := \frac{-2}{3} \cdot \left[\frac{A_k + A_{k-1}}{2} \cdot (\rho_k - \rho_{k-1}) \right] \quad B_i := \sum_{k=1}^i dB_k$$

$$C_i := \frac{2 \cdot \mu \cdot q}{s} \cdot (\rho_1 - \rho_i)$$

$$\sigma_{\rho_i} := B_i + C_i \quad \text{радиальные напряжения}$$

$$\sigma_{\theta_i} := 0.5 \cdot \sigma_{\rho_i} - \sqrt{0.25 \cdot (\sigma_{\rho_i})^2 - \left[3 \cdot \left(\mu \cdot \frac{q}{2} \right)^2 + (\sigma_{\rho_i})^2 - (\sigma_{i_1})^2 \right]} \quad \text{окружные напряжения}$$

$$\sigma_{\rho}^T = (0 \ 57.532 \ 119.377 \ 188.299 \ 289.139) \quad \sigma_{\theta}^T = (-447.185 \ -419.2 \ -389.098 \ -357.754 \ -311.679)$$

