

Московский государственный технический университет
им. Н.Э.Баумана

Кафедра «Технологии обработки давлением»

Власов А.В.

Методические указания
к выполнению домашнего задания по курсу
«Физика и механика пластических деформаций»

Модуль 3. Методы решения технологических задач обработки
давлением

Тема: Решение задачи осадки цилиндрической заготовки
инженерным методом

Москва 2017 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Общие положения инженерного метода	3
2. Осадка цилиндрической заготовки с постоянным контактным трением.....	8
3. Учет упрочнения при использовании инженерного метода.....	14
4. Осадка цилиндрической заготовки с переменным трением на контакте при предельном трении	15
5. Зоны трения при осадке для произвольных размеров поковки при предельном трении на контакте.	22
6. Построение графика изменения силы деформирования от хода ползуна в общем случае осадки.....	24
6.1. Вывод основных зависимостей для случая предельного трения.	24
6.2. Численный пример для идеально-пластического материала.....	28
7. Исходные данные для выполнения домашнего задания.....	32
8. Требования к оформлению домашнего задания:	34
9. Литература	35

1. Общие положения инженерного метода

Метод интегрирования уравнений равновесия совместно с условием пластичности дает возможность получить решения только для узкого круга задач, большинстве своем далеких от реальных технологических процессов. Поэтому предпринимались попытки упростить задачу, найти такие приближенные методы решения, которые, с одной стороны, не находились бы в большом противоречии с физикой конкретного технологического процесса, а с другой стороны облегчали бы вычисления и, желательно, приводили бы к аналитическим выражениям.

К числу наиболее распространенных приближенных аналитических методов относится *инженерный метод*.

Основная идея инженерного метода состоит в сознательном отказе от точного определения напряженно-деформированного состояния внутри заготовки в пользу получения достаточно простых аналитических зависимостей, позволяющих определить деформирующую силу и работу деформирования. Иными словами основной целью в данном методе является определение напряжений на контактных поверхностях заготовки с деформирующим инструментом.

Таким образом, *достоинством метода* является возможность получения аналитических зависимостей для определения важнейших параметров, необходимых для выбора технологического оборудования – величины максимальной технологической силы, необходимой для выполнения операции и величины работы деформирования.

К *недостаткам метода* следует отнести то, что достоверную информацию о распределении напряжений и деформаций по всему объему деформируемого материала получить с помощью этого метода нельзя.

Инженерный метод в литературе носит несколько названий:

«инженерный» метод,

метод совместного решения приближенных уравнений равновесия и приближенного условия пластичности,

метод течения тонкого слоя по жестким поверхностям,

метод осредненных напряжений.

Каждое из этих названий раскрывает одну из существенных сторон этого метода. Название «инженерный метод» подчеркивает, метод не претендует на большую точность и предназначен для использования в инженерной практике, когда важно иметь достаточные простые приближенные формулы, качественно правильно отражающие реальный физический процесс. Количественное совпадение может быть достигнуто введением поправочных коэффициентов.

Математическая основа метода состоит в решении приближенных дифференциальных уравнений равновесия совместно с приближенным условием пластичности без привлечения физических соотношений. Это подчеркивается во втором названии метода.

Показано, что решения, эквивалентные получаемым посредством инженерного метода (особенно для задач объемного деформирования заготовок) могут быть достигнуты, если представить заготовку в виде совокупности тонких слоев (третье название).

И, наконец, в четвертом названии подчеркивается физический смысл допущений метода – осреднение напряженного состояния в очаге пластической деформации.

В наиболее общем виде основные положения этого метода изложил и экспериментально обосновал Е.П.Унксов для задач объемной штамповки. Основные положения метода состоят в следующем:

Механическую схему деформации приводят к плоской или осесимметричной. В осесимметричной задаче в обоснованных случаях (когда эти напряжения имеют один знак) два нормальных напряжения предполагают равными между собой ($\sigma_\rho = \sigma_\theta$).

Определяют только нормальные напряжения на контактных поверхностях.

Нормальные напряжения на контакте считают зависящими только от координаты, ось которой направлена по касательной к контактной поверхности. Касательные напряжения считают зависящими линейно от координаты, ось которой совпадает с нормалью к контактной поверхности.

Используют приближенные условия состояния пластичности в зависимости от величины удельных сил трения на контактной поверхности.

Рассмотрим эти допущения подробнее.

Приведение схемы напряженного состояния к плоской или осесимметричной необходимо для сокращения числа неизвестных компонент тензора напряжения, т.е. к снижению размерности задачи.

Число уравнений равновесия также в этом случае сокращается.

$$\begin{aligned} \text{Для ПДС и ПНС:} \quad & \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0 \\ & \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \\ & \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{\partial \tau_{z\rho}}{\partial z} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0; \\ \text{Для ОС:} \quad & \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial \rho} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{\rho z}}{\rho} = 0. \end{aligned}$$

Для построения замкнутой системы уравнений в инженерном методе оказывается достаточным использовать только первое из уравнений равновесия. Второе уравнение равновесие обычно не используют.

Равенство нормальных напряжений ($\sigma_\rho = \sigma_\theta$) называют условием полной пластичности.

Для определения деформирующей силы и работы деформирования достаточно определить напряжения на контактных поверхностях между инструментом и заготовкой. Деформирующая сила может быть определена интегрированием эпюры нормальных напряжений по площади контактной поверхности. Например, для осесимметричных задач при движении деформирующих инструментов вдоль оси z нормальные напряжения на контактных поверхностях - σ_z . Тогда сила деформирования:

$$P = \int_F \sigma_z dF, \text{ где } F - \text{текущая площадь контактной поверхности.}$$

Математически это допущение можно выразить следующим образом:

Для плоского деформированного состояния, если инструмент движется вдоль оси y , а в направлении оси z отсутствует деформация:

$$\sigma_y = f(x); \quad \tau_{yx} = Ay$$

Для осесимметричного состояния: $\sigma_z = f(\rho); \quad \tau_{z\rho} = Bz$

Как будет показано дальше, такие допущения приводят к сокращению числа дифференциальных уравнений равновесия до одного. Это уравнение будет содержать уже обыкновенные производные взамен частных.

Физически это допущение равнозначно осреднению нормальных напряжений в направлении одной из осей.

Условие пластичности позволяет исключить одну переменную из уравнений равновесия. Однако квадратичный вид условия пластичности Мизеса приводит к математическим трудностям. Упрощенный вид условия пластичности Мизеса: $\sigma_{11} - \sigma_{33} = \beta\sigma_s$ имеет линейный вид. Однако, при решении практических задач редко можно предугадать направления главных осей и решать задачу в главных осях. Гораздо чаще приходится иметь дело с общим случаем декартовой или цилиндрической системы координат. Поэтому следует упростить условие состояния пластичности таким образом, чтобы в нем фигурировали не главные напряжения, а компоненты тензора напряжений в произвольных осях.

Е.П.Унксов предложил следующую линейризацию условия состояния пластичности:

если удельные контактные силы трения малы $0 \leq \tau_K \leq 0.7k$, то в выражении для условия пластичности можно пренебречь касательными напряжениями;

если удельные контактные силы трения велики $0.7k < \tau_K \leq k$, то в условии пластичности касательные напряжения следует принять равными их максимально возможному значению $k = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}$.

Условие пластичности Мизеса для плоского деформированного состояния¹:

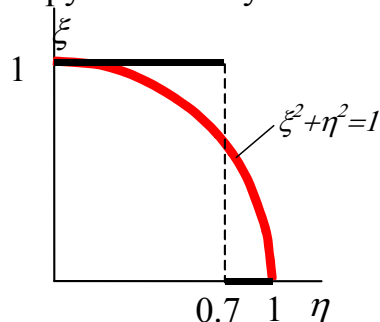
$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = \frac{4}{3}\sigma_s^2 = (\sigma_s^*)^2 = 4k^2$$

Обозначим $\xi = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2k}$; $\eta = \frac{\tau_{xy}}{k}$, тогда условие пластичности

примет вид:

$$\xi^2 + \eta^2 = 1.$$

Это – уравнение окружности радиусом единица в координатах η, ξ .
Линеаризация условия пластичности по Унксону означает замену единичной окружности ступенчатой функцией вида:



$$\xi = 1 \rightarrow \eta \leq 0.7$$

$$\xi = 0 \rightarrow \eta > 0.7$$

Тогда очевидно, что для малых удельных контактных сил $0 \leq \tau_K \leq 0.7k$ упрощенное условие пластичности по Унксону будет иметь вид:

$$\sigma_x - \sigma_y = \pm \sigma_s^*,$$

а для больших удельных контактных сил ($0.7k < \tau_K \leq k$):

$$\sigma_x - \sigma_y = 0$$

Продифференцируем упрощенное условие пластичности Мизеса для плоского деформированного состояния по x . Тогда как для больших, так и для малых удельных контактных сил справедливо:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_y}{\partial x}$$

Это выражение носит название: *приближенное условие пластичности для плоского деформированного состояния в дифференциальной форме*. Очевидно, что оно справедливо и для малых и для больших сил контактного трения.

Для осесимметричного напряженного состояния условие пластичности Мизеса:

$$(\sigma_\rho - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\rho)^2 + 6\tau_{\rho z}^2 = 2\sigma_s^2$$

при условии $\sigma_\rho = \sigma_\theta$ получим:

$$(\sigma_\rho - \sigma_z)^2 + 3\tau_{\rho z}^2 = \sigma_s^2, \text{ тогда}$$

$\sigma_\rho - \sigma_z = \pm \sigma_s$ - для малых удельных контактных сил трения².

¹ Величина, равная удвоенному значению постоянной пластичности k обозначается $\sigma_s^* = 2k$

$\sigma_\rho - \sigma_z = 0$ - для больших удельных сил трения

Аналогично плоскому деформированному состоянию продифференцируем упрощенное условие пластичности Мизеса по ρ . В результате получим приближенное условие пластичности в дифференциальной форме для осесимметричного напряженного состояния в виде:

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial \rho}$$

Рассмотрим применение инженерного метода для различных операций обработки давлением.

² Обратите внимание, что в этом выражении, в отличие от приближенного условия пластичности для плоского деформированного состояния, у напряжения текучести отсутствует надстрочный индекс «*».

2. Осадка цилиндрической заготовки с постоянным контактным трением

Осадкой называется кузнечная операция, при которой происходит увеличение поперечного сечения за счет уменьшения высоты заготовки.

При осадке цилиндрической заготовки обычно нижняя плита неподвижна, а верхняя движется вниз с некоторой скоростью V . Заготовка уменьшается по высоте, одновременно увеличивая свой наружный диаметр. В результате на контактных поверхностях возникают силы трения, направленные в сторону, противоположную движению металла – т.е. к оси заготовки. Иными словами силы трения препятствуют движению металла по контактным поверхностям. Силы трения приводят к тому, что внешняя поверхность осаживаемой заготовки искажается – она имеет т.н. «бочкообразную» форму. При отсутствии сил трения напряженное состояние – линейное сжатие. Наличие сил трения делает напряженное состояние при осадке объемным.

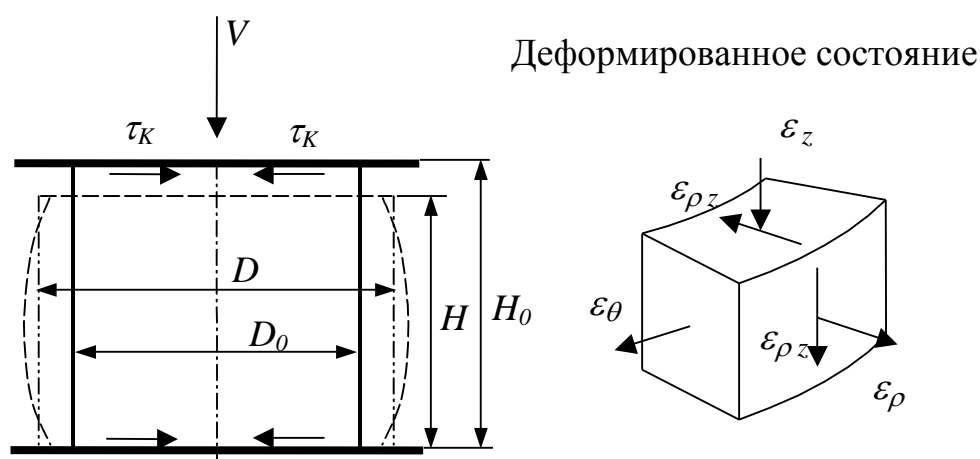


Рисунок 1 Деформированное состояние при осадке

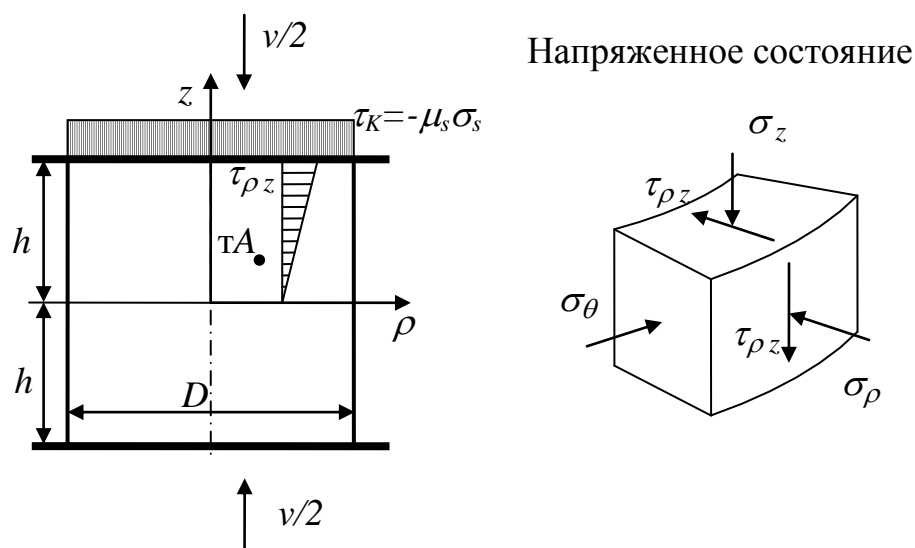


Рисунок 2 Напряженное состояние при осадке с постоянным трением

Если пренебречь инерционными процессами, т.е. считать процесс осадки квазистатическим, и разницей в условиях трения на верхней и нижней контактных поверхностях, то можно считать среднее сечение, расположенное на расстоянии h от верхнего торца неподвижным, а бойки движущимися навстречу друг другу с равными скоростями. Напряженное состояние – осесимметричное, что означает равенство нулю компоненты скорости v_θ , направленной по касательной к окружностям³.

Считаем, что очаг пластической деформации охватывает весь объем заготовки⁴. Если пренебречь образованием бочки, то во всем объеме будет одинаковая схема напряженного и деформированного состояния.

Схема деформированного состояния в цилиндрической системе координат легко определяется по изменению размеров в соответствующих направлениях.

Схема напряженного состояния – всесторонне неравномерное сжатие, поскольку при наличии трения периферийные слои заготовки сопротивляются перемещению материальных частиц в радиальном направлении, что приводит к появлению сжимающих радиальных напряжений.

Сформулируем все допущения окончательно:

Бочкообразностью пренебрегаем, иными словами считаем, что внешняя поверхность остается цилиндрической.

Условия трения на обеих контактных поверхностях считаем идентичными, инерционными силами пренебрегаем. Тогда можно считать среднее сечение неподвижным, а бойки движущимися навстречу друг другу с равными скоростями.

Контактное трение постоянно по всей контактной поверхности. Закон контактного трения задаем в форме Прандля-Зибеля, т.е. пропорциональным напряжению текучести:

$\tau_k = -\mu_s \sigma_s$ (μ_s - фактор трения). Знак "минус" используем потому, что удельные силы трения, действующие на заготовку, направлены в сторону, противоположную направлению оси ρ .

Удельные контактные силы трения - малые $\tau_k < 0.7k$.

³ Это не означает равенство нулю деформаций в окружном направлении. Кроме того осесимметричное напряженное состояние в силу симметрии предполагает отсутствие касательных напряжений в меридиональных плоскостях (проходящих через ось z). Все компоненты напряжений не зависят от координаты θ .

⁴ Под очагом пластической деформации будем понимать часть объема заготовки, в которой металл деформируется пластически. Остальной объем материала деформируется упруго.

Материал заготовки – идеальный жестко-пластический $\sigma_s = const$. Такое допущение справедливо при осадке в условиях горячего деформирования.

В соответствии с постулатами инженерного метода:

Задача осесимметричная, принимаем условие полной пластичности $\sigma_\rho = \sigma_\theta$

Ищем только нормальные напряжения на контактных поверхностях $\sigma_n = \sigma_z|_{z=h} = ?$

Предполагаем линейное распределение касательных напряжений по высоте заготовки $\tau_{\rho z} = Bz$

Используем упрощенное условие пластичности, которое в данном случае ввиду принятого допущения о малости сил трения имеет вид:

$\sigma_\rho - \sigma_z = \pm \sigma_s$. Знак в выражении определим позже.

Очевидно, что в силу граничных условий:

$$\tau_{\rho z}|_{z=h} = \tau_k$$

В силу симметрии задачи :

$$\tau_{\rho z}|_{z=0} = 0$$

Тогда распределение касательных напряжений по высоте заготовки:

$$\tau_{\rho z} = \tau_k \frac{z}{h}$$

Первое уравнение равновесия для осесимметричной задачи:

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0$$

Согласно постулатам инженерного метода принимаем $\sigma_\rho = \sigma_\theta$.

Определим насколько это правомерно для данного случая. Условие постоянства объема с учетом перехода цилиндра в цилиндр (бочкообразностью мы пренебрегаем):

$$\frac{\Delta V}{V} = 0 \Rightarrow \frac{\pi(R + \Delta R)^2(h + \Delta h) - \pi R^2 h}{\pi R^2 h} = 0$$

Пренебрегая малыми второго и выше порядков:

$$\frac{R^2 h + 2R\Delta R h + R^2 \Delta h - R^2 h}{R^2 h} = 0 \Rightarrow 2 \underbrace{\frac{\Delta R}{R}}_{\varepsilon_\rho} + \underbrace{\frac{\Delta h}{h}}_{\varepsilon_h} \cong 0$$

или $2\varepsilon_\rho + \varepsilon_z = 0$, но с другой стороны $\varepsilon_\rho + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = 0$, откуда $\varepsilon_\rho = \varepsilon_\theta$

Физические уравнения деформационной теории пластичности могут быть записаны, в частности, следующим образом:

$$\varepsilon_\rho - \varepsilon_\theta = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} (\sigma_\rho - \sigma_\theta)$$

откуда с учетом равенства деформаций $\varepsilon_\rho = \varepsilon_\theta$ следует равенство соответствующих напряжений $\sigma_\rho = \sigma_\theta$. Поэтому третье слагаемое в уравнении равновесия равно нулю.

Определим ограничения для приведенных выше рассуждений:

Пренебрежение произведением изменения радиуса на изменение высоты справедливо только для малых деформаций, при больших деформациях изменение радиуса и высоты соизмеримо с начальными размерами.

Физические уравнения деформационной теории пластичности справедливы только для малых деформаций

Таким образом, приведенные выше рассуждения в полной мере справедливы только для малых деформаций

Перейдем от частных производных к общим. Интегральное выражение условия пластичности $\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial \rho}$. Согласно постулатам инженерного метода принимаем $\sigma_z = f(\rho)$ и не зависит от z , тогда от частных производных можно перейти к полным $\frac{\partial \sigma_z}{\partial \rho} = \frac{d\sigma_z}{d\rho}$.

С учетом упрощений и допущения $\tau_{\rho z} = \tau_k \frac{z}{h}$, первое уравнение равновесия принимает вид:

$$\frac{d\sigma_z}{d\rho} + \frac{\tau_k}{h} = 0$$

Интегрируя его, с учетом $\tau_k = -\mu_s \sigma_s$ получим:

$$\sigma_z = \frac{\mu_s \sigma_s}{h} \rho + C$$

Произвольную постоянную определим из упрощенного условия пластичности:

$$\sigma_\rho - \sigma_z = \pm \sigma_s$$

Для того чтобы определить знак в упрощенном условии пластичности воспользуемся еще раз физическими уравнениями:

$$\varepsilon_\rho = \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \left(\sigma_\rho - \frac{1}{2} \left(\sigma_z + \underbrace{\sigma_\theta}_{=\sigma_\rho} \right) \right) = \frac{\varepsilon_i}{2\sigma_i} (\sigma_\rho - \sigma_z)$$

Поскольку согласно схеме деформированного состояния $\varepsilon_\rho > 0$, то $\sigma_z < \sigma_\rho$ и в условии пластичности следует использовать знак +, т.е.: $\sigma_\rho - \sigma_z = \sigma_s$.

На внешней цилиндрической поверхности радиальное напряжение равно нулю (нормально к внешней цилиндрической поверхности не действуют никакие силы), тогда:

$$\sigma_{\rho} \Big|_{\rho=R} = 0 \Rightarrow \sigma_z \Big|_{\rho=R} = -\sigma_s$$

Отсюда

$$C = -\sigma_s \left(1 + \frac{\mu_s R}{h} \right)$$

Окончательно

$$\sigma_z = -\sigma_s \left[1 + \frac{\mu_s}{h} (R - \rho) \right]$$

Эпюра распределения нормальных сил на контактной поверхности имеет вид:

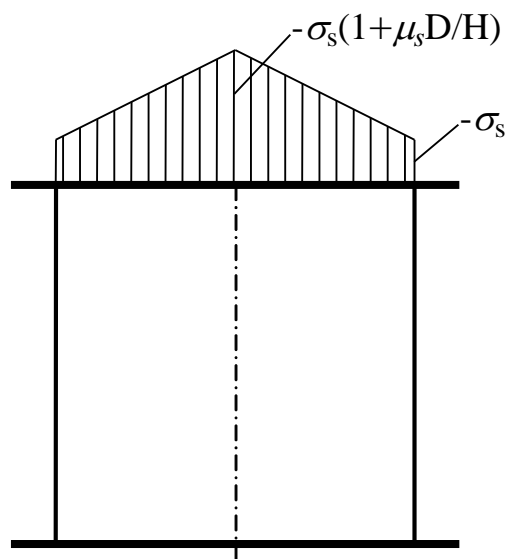


Рисунок 3 Эпюра нормальных напряжений при осадке с постоянным трением

Для определения силы деформирования необходимо проинтегрировать нормальные контактные силы по площади контакта.

$$P_z = \int_F \sigma_z dF = \int_0^{2\pi} \int_0^R \sigma_z \rho d\rho d\theta = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R \sigma_z \rho d\rho = -\sigma_s \pi R^2 \left(1 + \frac{\mu_s R}{3h} \right)$$

Частное от деления деформирующей силы на площадь контактной поверхности называется удельной силой деформирования. Знак минус при этом опускают, поскольку заранее известно, что речь идет о сжимающей силе:

$$q = \frac{|P|}{F} = \sigma_s \left(1 + \frac{\mu_s D}{3H} \right)$$

Полученное выражение носит название формулы Зибеля. Анализ этого выражения показывает, что чем больше отношения диаметра заготовки к ее высоте, тем больше начинает сказываться влияние трения. Для относительно высоких заготовок (отношение диаметра к высоте меньше единицы) даже при достаточно большом трении (коэффициент трения по напряжению текучести $\mu_s=0.33$) влияние трения на силу деформирования не превосходит 10%.

Определим работу, совершаемую при осадке заготовки. Работа деформирования определяется интегрированием деформирующей силы по перемещению бойков⁵:

$$A = \int_0^{S_\partial} P dS = \int_{H_0}^{H_k} P(-dH) = \int_{H_k}^{H_0} \sigma_s \frac{\pi D^2}{4} \left(1 + \frac{\mu_s D}{3H}\right) dH$$

Из условия постоянства объема без учета бочкообразности:

$$D_0^2 H_0 = D_k^2 H_k = D^2 H$$

Продолжим преобразования:

$$\begin{aligned} A &= \int_{H_k}^{H_0} \sigma_s \frac{\pi D^2}{4} \left(1 + \frac{\mu_s D}{3H}\right) dH = \sigma_s V \int_{H_k}^{H_0} \left(\frac{1}{H} + \frac{\mu_s D_0 H_0^{1/2}}{3H^{5/2}}\right) dH = \\ &= \sigma_s V \left[\ln \frac{H_0}{H_k} + \frac{\mu_s D_0 H_0^{1/2}}{3} \left(-\frac{2}{3}\right) \left(\frac{1}{H_0^{3/2}} - \frac{1}{H_k^{3/2}}\right) \right] = \\ &= \sigma_s V \left[\ln \frac{H_0}{H_k} + \frac{2\mu_s}{9} \left(\frac{D_k}{H_k} - \frac{D_0}{H_0}\right) \right] \end{aligned}$$

Впервые эта формула была получена М.В.Сторожевым и носит его имя. Первое слагаемое в формуле отображает работу деформации металла, а второе – работу трения на контактных поверхностях.

⁵ $H = H_k - S + S_\partial$

3. Учет упрочнения при использовании инженерного метода

При использовании инженерного метода упрочнение учитывают приближенно, путем осреднения деформации и скорости деформации по объему заготовки.

В этом случае рассчитывают среднюю скорость деформации и среднюю истинную деформацию по объему заготовки в конкретный момент осадки и подставляют полученные значения в формулу для определения напряжения текучести, либо определяют напряжение текучести по соответствующим графикам.

В домашнем задании следует использовать формулу Хензеля-Шпиттеля

$$\sigma_s = A \cdot e^{-m_1 T} \cdot \varepsilon^{m_2} \cdot \dot{\varepsilon}^{m_3} \cdot e^{-m_4 \varepsilon}$$

Здесь ε - истинная деформация, $\dot{\varepsilon}$ - скорость деформации (1/м), T - температура ($^{\circ}\text{C}$), A, m_1, m_2, m_3 - экспериментальные коэффициенты.

Поскольку формула Хензеля-Шпиттеля при отсутствии деформации прогнозирует сопротивление деформации равное нулю, то для деформации $\varepsilon=0$ следует принять значение напряжения при деформации $\varepsilon=0.01$.

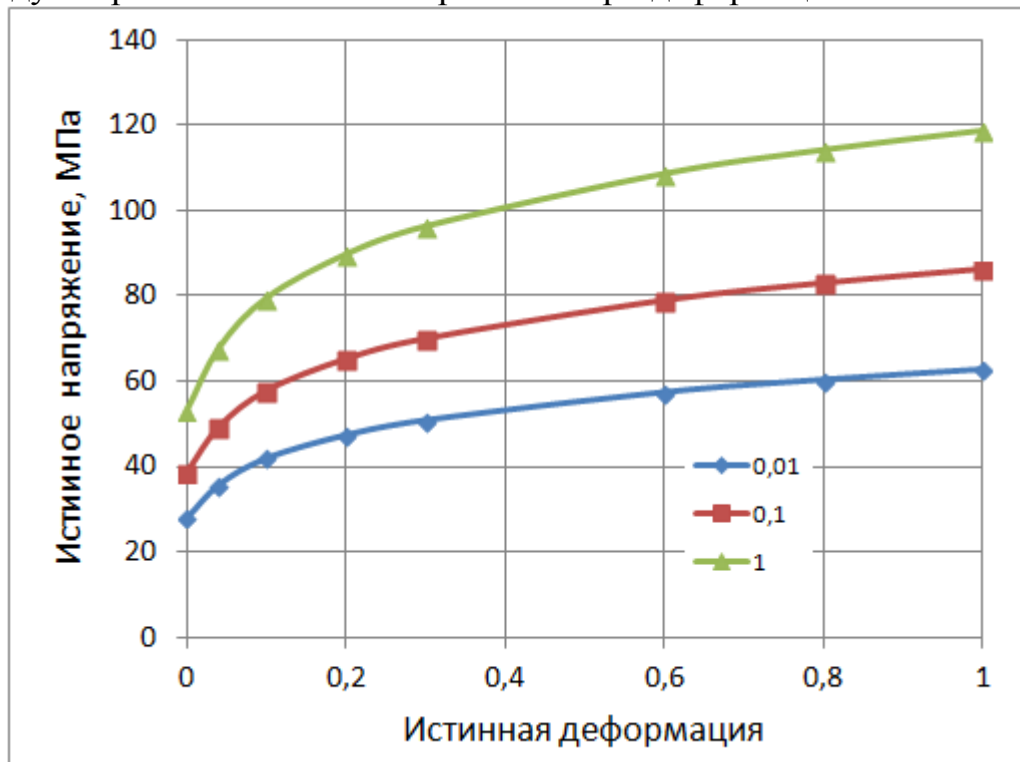


Рисунок 4 Кривые упрочнения для стали 45 при $T=1000^{\circ}\text{C}$ по формуле Хензеля-Шпиттеля в зависимости от скорости деформации с учетом начальной коррекции.

4. Осадка цилиндрической заготовки с переменным трением на контакте при предельном трении

Допущение о постоянстве сил трения на контакте между инструментом и заготовкой являются приближенными. Экспериментальные исследования, проведенные Е.П.Унксовым, показали, что в общем случае на контактной поверхности заготовки при осадке существует три зоны с различным характером трения:

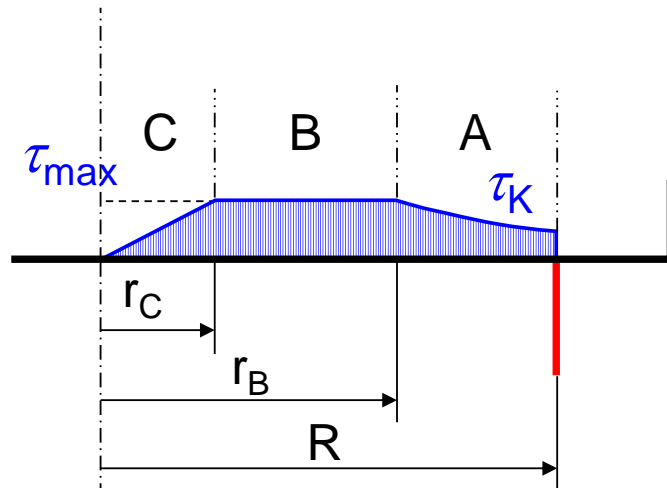


Рисунок 5 Зоны трения при осадке по Е.П.Унксову

Е.П.Унксов предложил следующие названия зон:

Зона А – зона скольжения

Зона В – зона торможения

Зона С – зона прилипания

Рассмотрим зоны трения подробнее и выполним обоснование их существования.

Зона А: Удельные силы трения на контакте пропорциональны нормальным напряжениям. Иными словами имеет место закон трения Амонтона-Кулона⁶:

$$\tau_k = \mu \sigma_z$$

Эта зона называется *зоной скольжения*. В этой зоне наблюдается интенсивное скольжение частиц металла вдоль контактной поверхности инструмента.

Существование зоны обусловлено относительно малой величиной нормальных сил на контакте с инструментом в периферийной части заготовки. Действительно, если принять коэффициент трения $\mu = 0.2$ и $\sigma_z = -\sigma_s$ на контакте при $\rho = R$, то

⁶ В этом выражении знак +, поскольку и касательные, и нормальные напряжения – отрицательные.

$$\tau_k = 0.2\sigma_s < \tau_{\max} = \frac{\beta\sigma_s}{2}$$

Величина касательных напряжений по энергетическому условию пластичности не может превышать максимального значения, равного $0.5\beta\sigma_s$. Коэффициент Лоде β принимает значение $\frac{2}{\sqrt{3}}$ для плоского деформированного состояния, когда среднее главное напряжение равно полусумме крайних и равен 1, когда среднее главное напряжение равно одному из крайних.

Произведем оценку коэффициента Лоде для осадки. Для осесимметричного напряженного состояния σ_θ - главное напряжение. Мы приняли, что трение относительно невелико, поэтому приближенно можно считать, что и остальные нормальные напряжения близки главным. Напряжение σ_z действует в направлении приложения внешней силы, поэтому следует ожидать, что оно максимально по абсолютной величине, тогда:

$$\sigma_z \approx \sigma_3$$

Выше было показано, что для осадки можно принять $\sigma_\rho = \sigma_\theta$. Если σ_ρ - среднее главное напряжение, можно сделать вывод, что при осадке среднее главное напряжение приблизительно равно одному из крайних. Поэтому можно принять $\beta = 1$.

Таким образом, для осадки без смазки можно принять предельное значение.

$$\tau_{\max} = \frac{\beta\sigma_s}{2} = 0.5\sigma_s$$

Следовательно, удельные силы трения на контактной поверхности не могут превысить по абсолютной величине $0.5\sigma_s$.

Примечание: При выполнении домашнего задания максимальное трение следует принять в соответствие с законом Зибеля:

$$\tau_{\max} = \mu_s \sigma_s$$

Зона В: Закон Амонтона-Кулона при увеличении нормальных напряжений дает неограниченное увеличение удельных сил трения. Поэтому в общем случае должна присутствовать зона, в которой удельные контактные силы равны максимальным.

Удельные контактные силы трения в зоне В постоянны и равны:

$$\tau_k = -0.5\sigma_s$$

Знак «-» в выражении показывает, что удельные силы трения направлены в сторону, противоположную положительному направлению координатной оси ρ .

Границей между зонами А и В является радиус r_b , для которого напряжения σ_z удовлетворяют условию: $\tau_k = \mu\sigma_z = -0.5\sigma_s$.

Эта зона называется зоной *торможения*. В этой зоне также происходит перемещение частиц металла вдоль контактной поверхности.

Зона С:

Если продолжить зону торможения до оси, то окажется, что при нулевом радиусе контактные силы трения должны, оставаясь по абсолютной величине теми же, изменить знак на противоположный. Таким образом, эпюра контактных сил трения будет иметь разрыв. Кроме того, из законов симметрии, касательные силы на оси симметрии должны быть равны нулю. Поэтому должна существовать зона, в которой силы трения переменны и снижаются от максимальных до нуля. В этой зоне частицы металла не перемещаются вдоль контактной поверхности. Эта зона называется зоной *прилипания*.⁷ Граница между зоной скольжения и зоной прилипания согласно экспериментальным данным Е.П.Унксова $r_c \approx H$, где H - высота заготовки.

Удельные контактные силы в этой зоне можно принять прямо пропорциональными текущему радиусу. Поскольку на границе зоны $\tau_k = -0.5\sigma_s$, то для зоны С принимают следующий закон контактного трения:

$$\tau_k = -0.5\sigma_s \frac{\rho}{H}$$

Таким образом, при осадке в общем случае на контактной поверхности существует 3 зоны трения. Получим значения нормальных сил на контакте в общем случае с использованием инженерного метода.

Расчетную схему и допущения при анализе примем такой же, как в случае осадки с постоянными силами трения, за исключением эпюры распределения сил трения по контактной поверхности, которую примем переменной, состоящей из трех зон. Сформулируем их еще раз:

Постулаты инженерного метода:

Задача осесимметричная, принимаем условие полной пластичности $\sigma_\rho = \sigma_\theta$

Ищем только нормальные напряжения на контактных поверхностях $\sigma_n = \sigma_z|_{z=h} = ? (h=0.5H)$

Предполагаем линейное распределение касательных напряжений по высоте заготовки $\tau_{\rho z} = \tau_k \frac{z}{h}$

⁷ Можно сказать, что в зонах А и В реализуется сила трения скольжения, а в зоне С – сила трения покоя.

Осевые напряжения зависят только от координаты ρ , что позволяет перейти от частных производных к полным в дифференциальном виде условия пластичности: $\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial \rho} = \frac{d\sigma_z}{d\rho}$

Используем упрощенное условие пластичности, которое в данном случае имеет вид: $\sigma_\rho - \sigma_z = \sigma_s$.

Дополнительные допущения, связанные с созданием расчетной схемы.

Бочкообразностью пренебрегаем, поэтому схемы напряженного и деформированного состояний одинаковы по всему объему заготовки.

Условия трения на обеих контактных поверхностях считаем идентичными, инерционными силами пренебрегаем. Тогда можно считать среднее сечение неподвижным, а бойки движущимися навстречу друг другу с равными скоростями. Начало координат расположим на оси заготовки в среднем сечении.

Удельные контактные силы трения на краю заготовки малы $\tau_k < 0.7k$.

Материал заготовки – идеальный жестко-пластический $\sigma_s = const$.

С учетом этих допущений первое уравнение равновесия приобретает вид:

$$\frac{d\sigma_z}{d\rho} + \frac{\tau_k}{h} = 0$$

Таким образом, решение задачи сводится к решению системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{d\sigma_z}{d\rho} + \frac{\tau_k}{h} = 0 \\ \sigma_\rho - \sigma_z = \sigma_s \end{cases} \quad (1)$$

С граничными условиями

$$\sigma_\rho|_{\rho=R} = 0;$$

$$\tau_k|_{R \geq \rho > r_B} = \mu\sigma_z; \tau_k|_{r_B \geq \rho > H} = -0.5\sigma_s; \tau_k|_{H \geq \rho} = -0.5\sigma_s \frac{\rho}{H}$$

Решение осуществляем последовательно по зонам, двигаясь от зоны А к зоне С

Для зоны А:

$$\tau_k = \mu\sigma_z$$

тогда дифференциальное уравнение равновесия имеет вид:

$$\frac{d\sigma_z}{d\rho} + \frac{\mu\sigma_z}{h} = 0$$

или

$$\frac{d\sigma_z}{\sigma_z} = -\frac{\mu}{h} d\rho$$

Интегрируя, получим

$$\ln \sigma_z = -\mu \frac{\rho}{h} + C_1 \quad \text{или} \quad \sigma_z = C \exp\left(-\mu \frac{\rho}{h}\right)$$

Произвольную постоянную C определим из условия:

$$\sigma_\rho \Big|_{\rho=R} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_z \Big|_{\rho=R} = -\sigma_s$$

откуда:

$$C = -\sigma_s \exp\left(\mu \frac{R}{h}\right)$$

Окончательно

$$\sigma_z = -\sigma_s \exp\left(\mu \frac{R-\rho}{h}\right)$$

На рисунке полученное решение отображается кривой σ_{zA} . Численные значения получены для условий: $D = 8H, \mu = 0.25$.

Касательные напряжения на контактной поверхности:

$$\tau_k = -\mu \sigma_s \exp\left(\mu \frac{R-\rho}{h}\right)$$

В общем случае эти напряжения могут превысить максимальное значение $0.5\sigma_s$. Границу зоны А можно определить из условия:

$$\tau_k \Big|_{\rho=r_B} = -0.5\sigma_s$$

$$-0.5\sigma_s = -\mu \sigma_s \exp\left(\mu \frac{R-r_B}{h}\right)$$

Потенцируя, получим:

$$\ln \frac{1}{2\mu} = \mu \frac{R-r_B}{h}, \quad \text{откуда} \quad r_B = R - \frac{h}{\mu} \ln \frac{1}{2\mu}$$

Нормальное напряжение на границе зоны А:

$$\sigma_{zB} = -\sigma_s \exp\left(\mu \frac{R-r_B}{h}\right) = -\frac{1}{2\mu} \sigma_s$$

Для зоны В:

$$\tau_k = -0.5\sigma_s, \quad \frac{d\sigma_z}{d\rho} - \frac{\sigma_s}{2h} = 0$$

$$d\sigma_z = \frac{\sigma_s}{2h} d\rho, \quad \sigma_z = \frac{\sigma_s}{2h} \rho + C$$

Граничные условия:

$$\sigma_z \Big|_{\rho=r_B} = \sigma_{zB} = -\frac{\sigma_s}{2\mu}, \quad \text{отсюда} \quad C = \sigma_{zB} - \sigma_s \frac{r_B}{2h}$$

Окончательно

$$\sigma_z = \sigma_{zB} - \sigma_s \frac{(r_B - \rho)}{2h}$$

Поскольку $r_C = H = 2h$, то осевое напряжение на границе участка:

$$\sigma_{zC} = \sigma_{zB} - \sigma_s \frac{(r_B - r_C)}{2h} = \sigma_{zB} - \sigma_s \left(\frac{r_B}{2h} - 1 \right)$$

Для зоны С:

$$\tau_k = -0.5\sigma_s \frac{\rho}{H}, \quad \frac{d\sigma_z}{d\rho} - \frac{\sigma_s}{4h^2}\rho = 0$$

$$d\sigma_z = \frac{\sigma_s}{4h^2}\rho d\rho \Rightarrow \sigma_z = \frac{\sigma_s}{8h^2}\rho^2 + C$$

Граничные условия:

$$\sigma_z \Big|_{\rho=r_C=2h} = \sigma_{zC}, \text{ отсюда } C = \sigma_{zC} - \sigma_s \frac{r_C^2}{8h^2} = \sigma_{zC} - 0.5\sigma_s$$

Окончательно

$$\sigma_z = \sigma_{zC} - 0.5\sigma_s \left(1 - \frac{\rho^2}{4h^2} \right) = \sigma_{zC} - 0.5\sigma_s \left(1 - \frac{\rho^2}{H^2} \right)$$

Максимальное значение удельных нормальных сил на контакте получим при $\rho = 0$:

$$\sigma_{z\max} = \sigma_{zC} - 0.5\sigma_s$$

Деформирующую силу определим интегрированием нормальных контактных сил по контактной поверхности:

$$P = \int_F \sigma_z dF = \int_0^{r_C} \sigma_z 2\pi\rho d\rho + \int_{r_C}^{r_B} \sigma_z 2\pi\rho d\rho + \int_{r_B}^R \sigma_z 2\pi\rho d\rho$$

Выполняя интегрирование по частям, а затем, поделив полученное выражение на площадь контактной поверхности, получим выражение для удельной силы деформирования:

$$q = \frac{P}{F} = \sigma_s \left\{ \frac{2H^2}{\mu^2 D^2} \left[\frac{\left(1 + \frac{\mu D_B}{H} \right)}{2\mu} - \left(1 + \frac{\mu D}{H} \right) \right] + \frac{D_B^2}{2\mu D^2} \left(1 + \frac{\mu D_B}{3H} \right) - \frac{1}{3} \frac{H^2}{D^2} \right\}$$

(2)

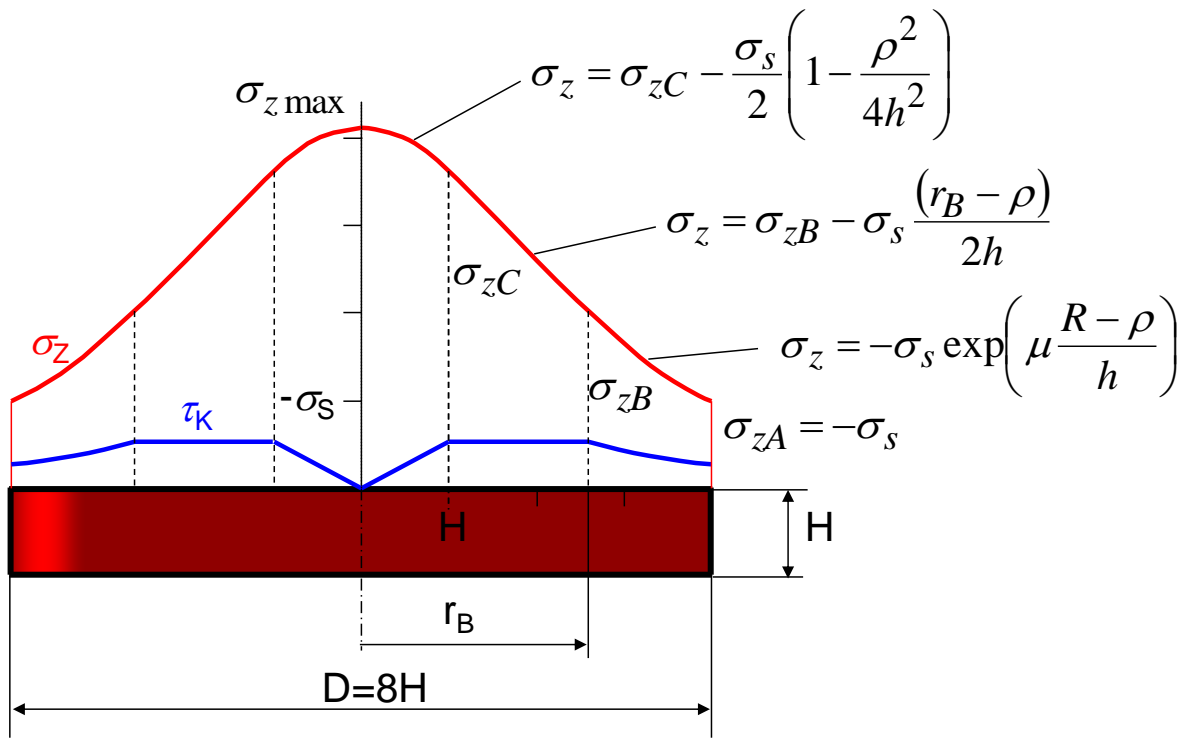


Рисунок 6 Эпюры нормальных и касательных контактных напряжений при осадке в общем случае

5. Зоны трения при осадке для произвольных размеров поковки при предельном трении на контакте.

Рассмотрим возможные частные случаи.

Зададимся вопросом: все ли зоны присутствуют при произвольных размерах заготовки?

Зона прилипания присутствует всегда.

Зоны скольжения и торможения отсутствуют, когда заготовка относительно высокая $R < H$ или $D < 2H$

Зона торможения может отсутствовать, если удельные силы трения невелики и не достигают максимального значения $\tau_k = 0.5\sigma_s$

Зона А может отсутствовать, если силы удельные трения велики $|\mu\sigma_z| > 0.5\sigma_s$

Проанализируем условие присутствия зоны А.

В зоне А $\tau_k = -\mu\sigma_z$. На краю заготовки $\sigma_z|_{\rho=R} = -\sigma_s$. Ранее показано, что для осадки: $\tau_k \leq 0.5\sigma_s$.

Таким образом, при $\mu \geq 0.5$ отсутствует зона, в которой трение пропорционально нормальному давлению. Физически это соответствует осадке с грубо обработанными плитами, когда коэффициент трения велик и трение на контакте равно предельному: $\tau_k = k$.

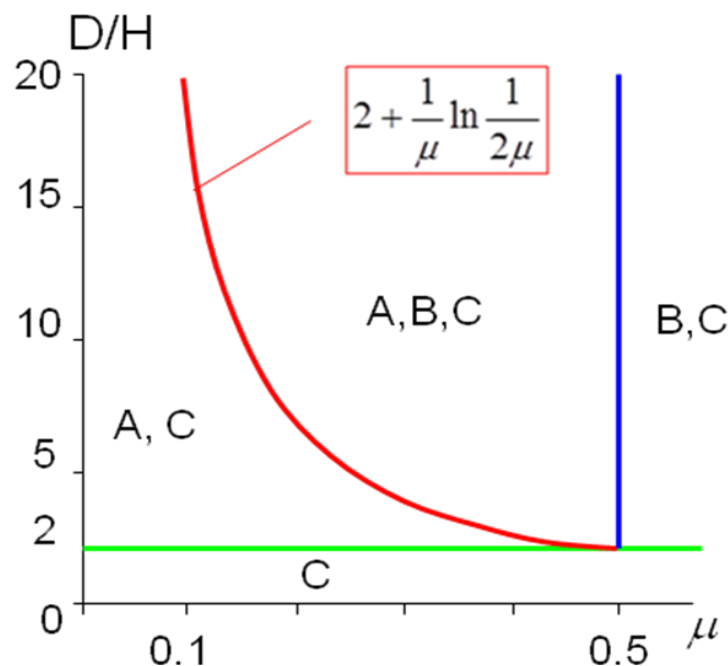


Рисунок 7 Зоны трения при осадке с предельным трением

Проанализируем условие присутствия зоны В. Для существования этой зоны необходимо выполнение условия:

$$r_C < r_B, \text{ или } 2h > R - \frac{h}{\mu} \ln \frac{1}{2\mu}, \text{ откуда } \frac{R}{h} = \frac{D}{H} < 2 \left(1 + \frac{1}{2\mu} \ln \frac{1}{2\mu} \right)$$

Физически это означает, что трение на контакте не достигает максимального значения $\tau_k = k$ и на контактной поверхности существует только две зоны – зона С (прилипания) и зона А (скольжения)

Графически зависимость

$$\frac{D}{H} = 2 \left(1 + \frac{1}{2\mu} \ln \frac{1}{2\mu} \right)$$

представлена на рисунке

Таким образом существование зоны В (торможения) в которой силы трения на контакте достигают максимального значения при малых коэффициентах трения возможно только для низких заготовок⁸.

Напомним, что зона прилипания присутствует всегда и ограничена величиной $\rho < H$. Поэтому совместное существование зон скольжения и

прилипания возможно только при условии $2 < \frac{D}{H} < 2 \left(1 + \frac{1}{2\mu} \ln \frac{1}{2\mu} \right)$

Для относительно высоких заготовок с $\frac{D}{H} < 2$ будет присутствовать только один участок – зона прилипания. Эпюра распределения удельных сил трения на контакте будет линейной и подчиняться закону:

$$\tau_k = -\frac{\mu\sigma_s}{R}\rho$$

⁸ При коэффициенте трения $\mu > 0.5$ зоны скольжения не будет.

6. Построение графика изменения силы деформирования от хода ползуна в общем случае осадки.

6.1. Вывод основных зависимостей для случая предельного трения.

Пусть в исходные размеры заготовки таковы, что в начальный момент в ней существует только одна зона торможения

$$\frac{D_0}{H_0} < 2$$

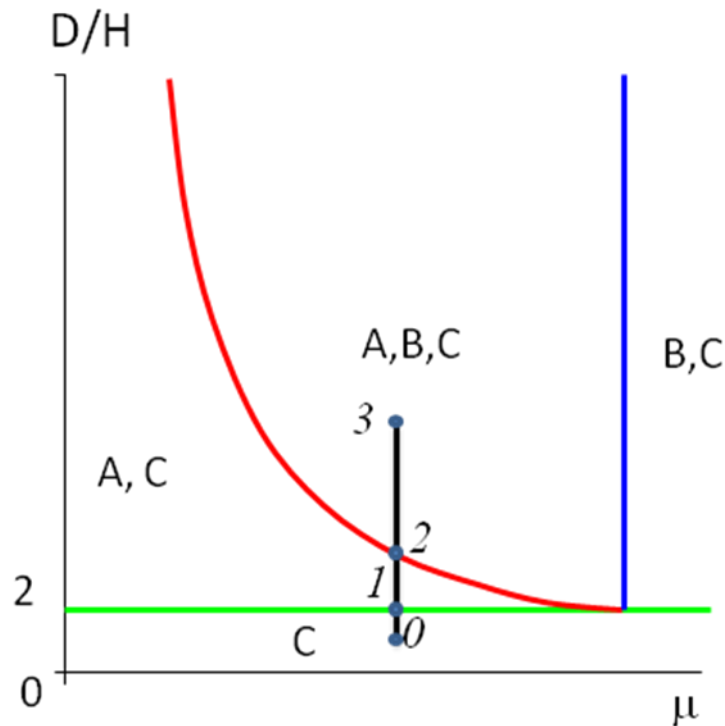


Рисунок 8 Зоны трения при осадке с предельным трением

В процессе штамповки отношение диаметра заготовки к ее текущей высоте будет постоянно увеличиваться. Если принять, что условия трения (коэффициент трения и коэффициент трения по напряжению текучести) в процессе штамповки остаются постоянными, то на диаграмме, отражающей зависимость зон трения от коэффициента трения и относительного диаметра, путь деформирования будет отражаться прямой, параллельной оси абсцисс.

Таким образом, в процессе осадки условия трения на контакте последовательно изменяются начиная от существования только одной зоны С для высоких поковок и заканчивая существованием всех трех зон для низких поковок.

Этап 1 – Зона С

Этап 2 – Зоны А, С

Этап 3 – Зоны А, В, С

В общем случае этапов может быть меньше, если начальные или конечные размеры заготовки будут соответствовать зонам А,С

Будем считать, что максимальная удельная сила трения не достигает предельной. Условия для всех зон сохраняются, изменению подвергается только предельное значение удельной силы трения.

Зона А (зона скольжения): Удельные силы трения на контакте подчиняются закону Амонтона-Кулона:

$$\tau_k = \mu\sigma_z \text{ (поскольку } \sigma_z < 0)$$

Зона В (зона торможения): Удельные контактные силы трения постоянны и равны:

$$\tau_k = -\mu_s\sigma_s$$

Зона С (зона прилипания): Удельные контактные силы прямо пропорциональны текущему радиусу.

$$\tau_k = -\mu_s\sigma_s \frac{\rho}{H}$$

Для всех стадий решение производится на основе одинаковых допущений. Меняются только условия трения на контакте.

Считаем, что бойки движутся друг навстречу другу с одинаковой скоростью. Начало координат расположим на оси заготовки в среднем сечении.

Касательные напряжения зависят только от координаты z и изменяются линейно. $\tau_{\rho z} = \tau_k \frac{z}{h}$

Бочкообразностью заготовки пренебрегаем.

Окружные и радиальные напряжения равны между собой $\sigma_\rho = \sigma_\theta$

Приближенное условие пластичности записываем в виде: $\sigma_\rho - \sigma_z = \sigma_s$

С учетом приведенных выше допущений первое уравнение равновесия приобретает вид:

$$\frac{d\sigma_z}{d\rho} + \frac{\tau_k}{h} = 0$$

Подставляя в это уравнение выражения для τ_k различных зон и используя различные граничные условия можно получить распределение нормальных сил на поверхности контакта для произвольных соотношений размеров заготовки.

Приведем решение для случая предельного трения

$$\mu_s = 0.5$$

Стадия 1: относительно высокая заготовка: $\frac{D}{H} < 2$

Эпюра удельных сил трения на контакте состоит только из зоны прилипания

$$\tau_k = -\mu\sigma_s \frac{\rho}{R}. \quad (3)$$

Решение

Уравнение равновесия:

$$\frac{d\sigma_z}{d\rho} + \frac{\tau_k}{h} = 0$$

$$\frac{d\sigma_z}{d\rho} - \frac{\mu\sigma_s}{hR}\rho = 0, \Rightarrow d\sigma_z = \frac{\mu\sigma_s}{hR}\rho d\rho$$

$$\sigma_z = \frac{\mu\sigma_s}{hR} \frac{\rho^2}{2} + C = \frac{\mu\sigma_s}{hD}\rho^2 + C$$

Граничные условия $\sigma_\rho|_{\rho=R} = 0$

Из условия пластичности получим: $\sigma_z|_{\rho=R} = -\sigma_s$

Отсюда:

$$C = -\sigma_s \left(1 + \frac{\mu}{hD} R^2 \right)$$

Окончательно

$$\sigma_z = -\sigma_s \left[1 + \frac{\mu}{hD} (R^2 - \rho^2) \right] \text{ или}$$

$$\sigma_z = -\sigma_s \left[1 + \frac{2\mu}{HD} (R^2 - \rho^2) \right] \quad (4)$$

Сила осадки:

$$P = \int_F \sigma_z dF = \int_0^R -\sigma_s \left[1 + \frac{\mu}{hD} (R^2 - \rho^2) \right] 2\pi\rho d\rho = -\pi R^2 \sigma_s \left(1 + \frac{\mu D}{4H} \right) \quad (5)$$

Удельная сила

$$q = \sigma_s \left(1 + \frac{\mu D}{4H} \right) \quad (6)$$

Стадия 2: $2 < \frac{D}{H} < 2 \left(1 + \frac{1}{2\mu} \ln \frac{1}{2\mu} \right)$.

Эпюра касательных напряжений состоит из двух участков:

$$\rho > H: \quad \tau_k = \mu\sigma_z$$

$$0 < \rho \leq H: \quad \tau_k = \mu\sigma_{zC} \frac{\rho}{H}$$

Решение

Для зоны А:

$$\tau_k = \mu\sigma_z \quad (7)$$

тогда дифференциальное уравнение равновесия имеет вид:

$$\frac{d\sigma_z}{d\rho} + \frac{\mu\sigma_z}{h} = 0$$

или

$$\frac{d\sigma_z}{\sigma_z} = -\frac{\mu}{h} d\rho$$

Интегрируя получим

$$\ln \sigma_z = -\mu \frac{z}{h} + C_1 \text{ или } \sigma_z = C \exp\left(-\mu \frac{\rho}{h}\right)$$

Произвольную постоянную C определим из условия:

$$\sigma_\rho \Big|_{\rho=R} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_z \Big|_{\rho=R} = -\sigma_s$$

откуда:

$$C = -\sigma_s \exp\left(\mu \frac{R}{h}\right)$$

Окончательно

$$\sigma_z = -\sigma_s \exp\left(\mu \frac{R - \rho}{h}\right)$$

С учетом $H = 2h$, $D = 2R$:

$$\sigma_z = -\sigma_s \exp\left(\mu \frac{D - 2\rho}{H}\right) \quad (8)$$

$$\tau_k = -\mu \sigma_s \exp\left(\mu \frac{D - 2\rho}{H}\right) \quad (9)$$

На границе зоны $\rho = r_C = H$:

$$\sigma_{zC} = -\sigma_s \exp\left(\mu \frac{D - 2H}{H}\right). \quad (10)$$

Для зоны С:

$$\frac{d\sigma_z}{d\rho} + \frac{\tau_k}{h} = 0$$

$$\frac{d\sigma_z}{d\rho} + \frac{\mu \sigma_{zC}}{2h^2} \rho = 0$$

$$d\sigma_z = -\frac{\mu \sigma_{zC}}{2h^2} \rho d\rho \quad \Rightarrow \quad \sigma_z = -\frac{\mu \sigma_{zC}}{4h^2} \rho^2 + C$$

Граничные условия:

$$\sigma_z \Big|_{\rho=r_C=2h} = \sigma_{zC}, \text{ отсюда } C = \sigma_{zC} + \mu \sigma_{zC} \frac{r_C^2}{4h^2} = \sigma_{zC} (1 + \mu)$$

Окончательно

$$\sigma_z = \sigma_{zC} (1 + \mu) - \frac{\mu \sigma_{zC}}{4h^2} \rho^2 = \sigma_{zC} \left(1 + \mu - \frac{\mu \rho^2}{H^2}\right) \quad (11)$$

$$\tau_k = \mu \sigma_{zC} \frac{\rho}{H} \quad (12)$$

Сила осадки:

$$\begin{aligned}
 P &= \int_F \sigma_z dF = \int_0^H \sigma_z 2\pi\rho d\rho + \int_H^{0.5D} \sigma_z 2\pi\rho d\rho = \\
 &= \sigma_s \pi H^2 \left\{ \left(1 + \frac{\mu}{2} + \frac{1}{2\mu^2} + \frac{1}{\mu} \right) \exp\left[\frac{\mu(D-2H)}{H} \right] - \frac{1}{2\mu^2} \left(\frac{\mu D}{H} + 1 \right) \right\} \quad (13)
 \end{aligned}$$

Стадия 3: $\frac{D}{H} > 2 \left(1 + \frac{1}{2\mu} \ln \frac{1}{2\mu} \right)$

Общий случай – имеются все три участка эпюры удельных сил трения. Эта стадия рассмотрена ранее.

Для построения графика зависимости силы деформирования от хода ползуна используем его кусочно-линейную аппроксимацию по четырем точкам:

Точка 0: начальный момент, соответствующий исходным размерам заготовки

Точка 1: Момент перехода от одной зоны С к двум зонам А,С, характеризующийся соотношением

$$\frac{D}{H} = 2$$

Точка 2: Момент перехода от двух зон А, С к трем зонам А, В, С, характеризующийся для предельного трения соотношением

$$\frac{D}{H} = 2 \left(1 + \frac{1}{2\mu} \ln \frac{1}{2\mu} \right)$$

Точка 3: Конечная точка, соответствующая конечной высоте и диаметру поковки

6.2. Численный пример для идеально-пластического материала

Примечание: В примере рассмотрен случай идеального жесткопластического тела. В домашнем задании необходимо учесть изменение напряжения текучести в процессе пластической деформации

Построить график изменения деформирующей силы, эпюры нормальных и касательных напряжений по стадиям для осадки цилиндрической заготовки $H_0 = 550$ мм, $D_0 = 250$ мм из стали 45, до высоты $H_k = 100$ мм. Величину напряжения текучести при температурековки принять постоянной (идеальное жесткопластическое тело) равной 30 МПа, коэффициент трения $\mu = 0.3$, коэффициент трения по напряжению текучести $\mu_s = 0.5$.

Решение

Стадия 1: $\frac{D}{H} > 2$

Начало стадии:

$H_0 = 550$ мм, $D_0 = 250$ мм, ход ползуна $S_{d0} = 0$

Нормальные контактные напряжения (4)

$$\sigma_z|_{\rho=0.5D_0} = -30 \text{ МПа}; \sigma_z|_{\rho=0} = -32.045 \text{ МПа}$$

Удельные силы трения (3): $\tau_k|_{\rho=0.5D_0} = -9 \text{ МПа}; \tau_k|_{\rho=0} = 0$

Сила деформирования (5): $P = 1.523 \text{ МН}$

Конец стадии (переход ко 2 стадии)

$$\text{Условие окончания стадии: } \frac{D_{1k}}{H_{1k}} = 2$$

Из условия постоянства объема определяем: $D_{1k} = 409.661$ мм,
 $H_{1k} = 204.83$ мм

Ход ползуна $S_{d1} = H_0 - H_{1k} = 345.17$ мм

Нормальные контактные напряжения (4):

$$\sigma_z|_{\rho=0.5D_{1k}} = -30 \text{ МПа}; \sigma_z|_{\rho=0} = -39 \text{ МПа}$$

Удельные силы трения (3): $\tau_k|_{\rho=0.5D_{1k}} = -9 \text{ МПа}; \tau_k|_{\rho=0} = 0$

Сила деформирования (5): $P = 4.547 \text{ МН}$

$$\text{Стадия 2: } 2 < \frac{D}{H} < 2 \left(1 + \frac{1}{2\mu} \ln \frac{1}{2\mu} \right)$$

Конец стадии (переход к 3 стадии)

$$\text{Условие окончания стадии: } \frac{D_{2k}}{H_{2k}} = 2 \left(1 + \frac{1}{2\mu} \ln \frac{1}{2\mu} \right)$$

Из условия постоянства объема определяем: $D_{2k} = 503.024$ мм,
 $H_{2k} = 135.852$ мм

Ход ползуна $S_{d2} = H_0 - H_{2k} = 414.15$ мм

Нормальные контактные напряжения:

$$\text{Зона А (8): } \sigma_z|_{\rho=0.5D_{2k}} = -30 \text{ МПа}, \sigma_{zC} = \sigma_z|_{\rho=H_{2k}} = -50 \text{ МПа}$$

$$\text{Зона С (11): } \sigma_z|_{\rho=0} = -65 \text{ МПа}$$

Удельные силы трения:

$$\text{Зона А (9): } \tau_k|_{\rho=0.5D_{2k}} = -9 \text{ МПа}, \tau_k|_{\rho=H_{2k}} = -15 \text{ МПа}$$

$$\text{Зона С (12): } \tau_k|_{\rho=0} = 0 \text{ МПа}$$

Сила деформирования (13): $P = 8.709 \text{ МН}$

$$\text{Стадия 3: } \frac{D}{H} > 2 \left(1 + \frac{1}{2\mu} \ln \frac{1}{2\mu} \right)$$

Конечная высота заготовки: $H_{3k} = H_k = 100$ мм. Из условия постоянства объема определяем $D_{3k} = 586.302$ мм

Ход ползуна $S_{d3} = H_0 - H_{3k} = 450$ мм

Нормальные контактные напряжения:

$$\text{Зона А: } R_B < \rho < \frac{D_{3k}}{2}; \sigma_z = -\sigma_s \exp\left(\mu \frac{D - 2\rho}{H}\right)$$

$$R_B = \frac{D_{3k}}{2} - \frac{H_{3k}}{2\mu} \ln \frac{1}{2\mu} = 208.013 \text{ мм}$$

$$\sigma_z|_{\rho=0.5D_{3k}} = -30 \text{ МПа} \quad \sigma_{zB} = \sigma_z|_{\rho=R_B} = -50 \text{ МПа}$$

$$\text{Зона В: } H_{3k} < \rho < R_B; \sigma_z = \sigma_{zB} - \sigma_s \frac{(R_B - \rho)}{H}$$

$$\sigma_{zC} = \sigma_z|_{\rho=H_{3k}} = -82.404 \text{ МПа}$$

$$\text{Зона С: } \sigma_z = \sigma_{zC} - 0.5\sigma_s \left(1 - \frac{\rho^2}{H_{3k}^2}\right)$$

$$\sigma_z|_{\rho=0} = -97.404 \text{ МПа}$$

Удельные силы трения:

$$\text{Зона А: } \tau_k = \mu\sigma_z$$

$$\tau_k|_{\rho=0.5D_{3k}} = -9 \text{ МПа}, \quad \tau_k|_{\rho=R_B} = -15 \text{ МПа}$$

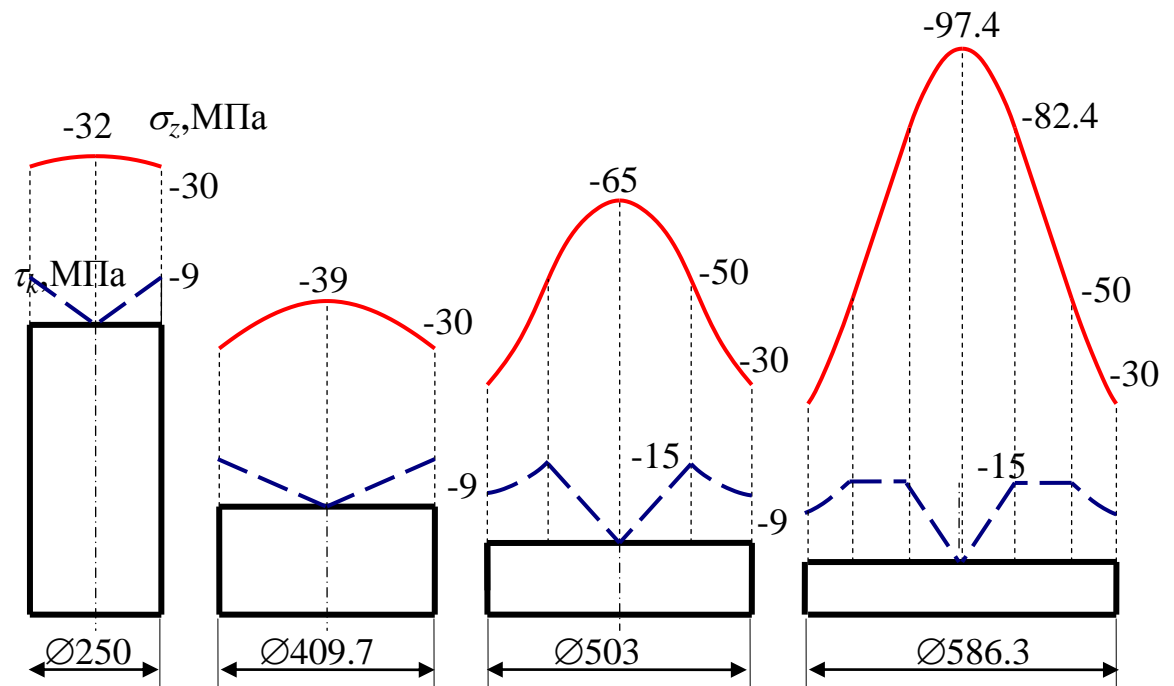


Рисунок 9. Эпюры нормальных и касательных напряжений по стадиям

$$\text{Зона В: } \tau_k = -0.5\sigma_s$$

$$\tau_k|_{\rho=H_{3k}} = -15 \text{ МПа}$$

$$\text{Зона С: } \tau_k = -0.5\sigma_s \frac{\rho}{H_{3k}}$$

$$\tau_k|_{\rho=0} = 0 \text{ МПа}$$

Максимальная сила деформирования (2): $P = 14.72$ МН

Работа деформации может быть определена интегрированием графика изменение технологической силы.

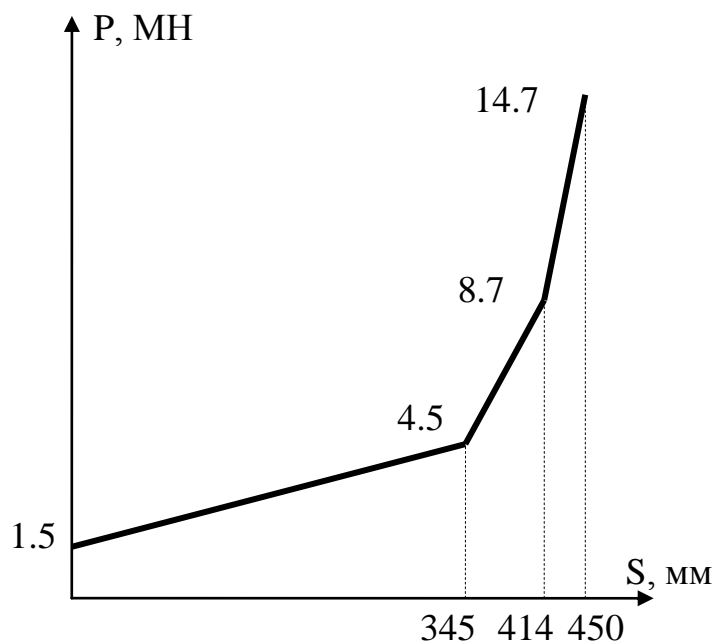


Рисунок 10. Кусочно-линейная аппроксимация графика изменения технологической силы

7. Исходные данные для выполнения домашнего задания.

Используя инженерный метод построить график зависимости силы деформирования по ходу ползуна для осадки заготовки размерами D_0 , H_0 из стали 45 (параметры реологической модели по формуле Хензеля-Шпиттеля $A=1446$ МПа, $m_1=0.0025$ 1/°С, $m_2=0.1737$, $m_3=0.139$, $m_4=0$) до высоты H_k . Коэффициент трения μ , коэффициент трения по напряжению текучести μ_s . Температурные условия деформации считать изотермическими. Температура заготовки T задана.

Осадка осуществляется на гидравлическом прессе с заданной постоянной скоростью деформирования.

Привести основные допущения, принятые при решении задачи, вывести приближенное уравнение равновесия и приближенное условие пластичности.

Для каждого этапа:

- привести граничные условия для различных зон трения
- вывести необходимые зависимости
- определить размеры поковки.

Соблюдая масштаб изобразить внешний вид поковки и построить эпюры нормальных и касательных сил на контактной поверхности используя гипотезы о постоянном (по Зибелю) и переменном (по Унксову) трении на контакте. Рассчитать полную и удельную силу деформирования. Сравнить эпюры и силы деформирования, определенные по различным методикам.

Определить работу деформирования по формуле Сторожева (сопротивление деформированию взять средним за весь ход деформирования) и путем интегрирования графика изменения силы деформирования по ходу ползуна.

Построить график изменения напряжения текучести (сопротивления деформированию) от хода ползуна при осадке заготовки.

Построить графики изменения накопленной деформации и скорости деформации по ходу ползуна. Деформацию в объеме заготовки считать однородной.

Сделать выводы по работе, в которых следует отразить следующее:

- привести значения силы деформирования и работы деформирования, полученные в результате расчета
- привести максимальные значения контактных давлений и удельных сил, воздействующих на инструмент.
- каким образом соотношение между максимальными контактными силами и удельными силами меняется в процессе осадки.
- как и почему изменяются эпюры нормальных сил на контакте с инструментом
- как и почему изменяется сила деформирования и сопротивление деформированию по ходу ползуна при осадке.

- сравнить эпюры контактных давлений и результаты вычислений силы деформирования по различным методикам и дать объяснение полученным данным.

Исходные данные для выполнения задания выдаются старосте группы

Обратите внимание:

1. Пример в настоящих методических указаниях выполнен для случая предельного трения. У каждого студента в домашнем задании коэффициент трения по напряжению текучести свой. Поэтому не все формулы из настоящих указаний могут быть использованы в домашнем задании без переработки.
2. В примере не учтено изменение напряжения текучести из-за деформационного и скоростного упрочнения. Студентам необходимо сделать это самостоятельно.

8. Требования к оформлению домашнего задания:

1. Задание выполняется на листах формата А4 с одной стороны. Все листы должны быть скреплены степлером.
2. На титульном листе привести номер варианта
3. Привести задание и исходные данные
4. Задание выполняется в рукописном варианте, четким почерком. Допускается выполнение задания с использованием компьютерных средств оформления документации по согласованию с преподавателем.
5. Рисунки выполняются карандашом и линейкой, либо с помощью САД программ
6. Сначала выводится общая формула, затем формула записывается с подставленными в нее исходными данными и приводится результат вычислений
7. Если вычисления производятся с помощью какой-либо программы необходимо распечатать файл вычислений, а также предоставить файл преподавателю.
8. Необходимо приложить черновики выполнения задания

9. Литература

1. Теория обработки металлов давлением: учебник для вузов / В.А.Голенков, С.П.Яковлев, С.А.Головин, С.С.Яковлев, В.Д.Кухарь; под ред. В.А.Голенкова, С.П.Яковлева. – М.: Машиностроение, 2009. – 442 с.
2. Сторожев М.В., Попов Е.А. Теория обработки металлов давлением. – М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.
3. Теория пластических деформаций металлов / Под ред. Е.П.Унксова, А.Г.Овчинникова. – М.: Машиностроение, 1983. – 598 с.
4. Теорияковки и штамповки / Под ред. Е.П.Унксова, А.Г.Овчинникова. – М.: Машиностроение, 1992. – 720 с.